

FIZIKA

9

MOZGÁSOK · ENERGIAVÁLTOZÁSOK



A TERMÉSZETRŐL TIZENÉVESEKNEK

A TERMÉSZETRŐL TIZENÉVESEKNEK



FIZIKA

Mozgások
Energiaváltozások 9



HETEDIK KIADÁS

MOZAIK KIADÓ – SZEGED, 2019

I. fejezet
A TESTEK MOZGÁSA



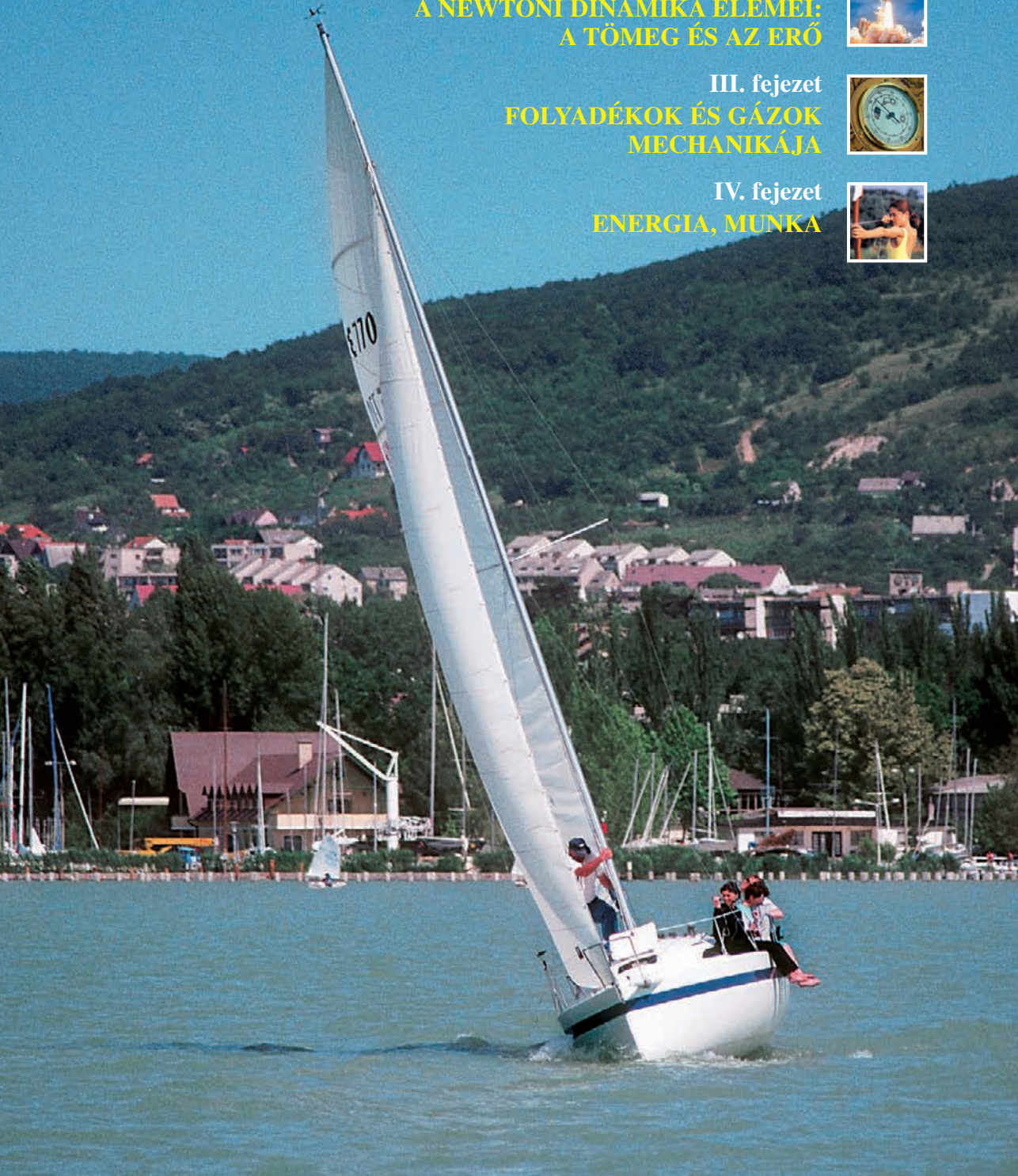
II. fejezet
**A NEWTONI DINAMIKA ELEMELI:
A TÖMEG ÉS AZ ERŐ**

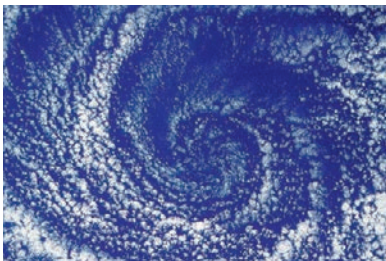
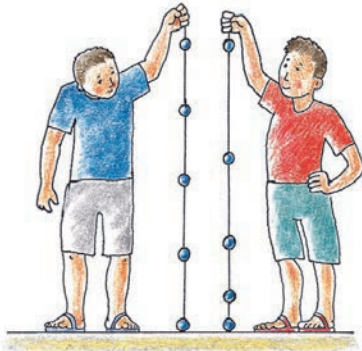


III. fejezet
**FOLYADÉKOK ÉS GÁZOK
MECHANIKÁJA**



IV. fejezet
ENERGIA, MUNKA





Tartalom

A TESTEK MOZGÁSA

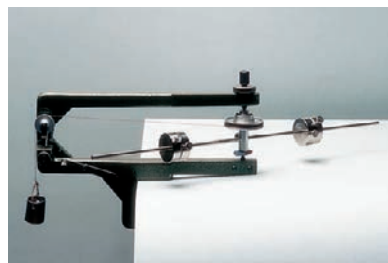
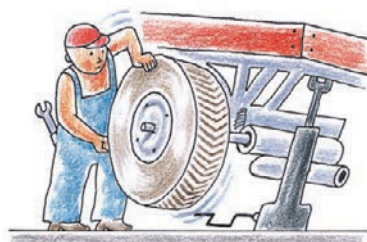
1. Emlékeztető	10
2. Egyenes vonalú egyenletes mozgás	13
3. Változó mozgás	21
3.1. A változó mozgást végző test sebessége	21
3.2. A gyorsulás fogalma	25
3.3. A szabadon eső test mozgása	30
3.4. Az egyenletes körmozgás	35
3.5. A körmozgás és forgómozgás szögjellemzői	41
3.6. A változó forgómozgás (Kiegészítő anyag)	45
4. A bolygók mozgása	48
5. Kidolgozott feladatok	53
Összefoglalás	57

A NEWTONI DINAMIKA ELEMELI: A TÖMEG ÉS AZ ERŐ

1. Emlékeztető	60
2. A tehetetlenség törvénye és az inerciarendszer	62
3. A tömeg fogalma	65
4. A sűrűség	69
5. Lendület, lendületmegmaradás	71
6. Erőhatás, erő	76
6.1. Az erő fogalma	76
6.2. Erő-ellenelő. A mechanikai kölsönhatás	82
6.3. Több erőhatás együttes eredménye	84
7. Különféle mozgások dinamikai feltétele ...	88
8. Kényszererők és meghatározásuk	91
9. Tehetlenségi erők (Kiegészítő anyag)	94
10. Különféle erőhatások és erőtvényeik	97
10.1. Rugalmas erő. Lineáris erőtvény	97
10.2. Súrlódás. Közegellenállás	100
10.3. A nehézségi erő és a gravitációs erőtvény	106

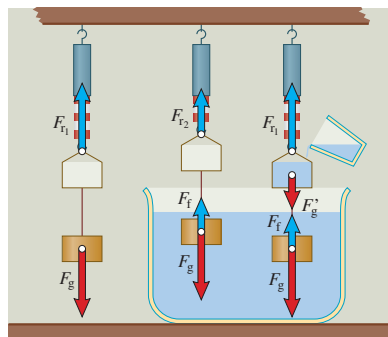
Tartalom

11. A forgómozgás dinamikai vizsgálata	111
11.1. A tehetetlenségi nyomaték (Kiegészítő anyag)	111
11.2. A perdület (Kiegészítő anyag)	114
11.3. A forgatónyomaték	117
12. Merev testek egyensúlya	122
12.1. A párhuzamos hatásvonalú erők eredője	122
12.2. Tömegközéppont és súlypont. Egyensúlyi helyzetek	126
13. Kidolgozott feladatok	129
Összefoglalás	133



FOLYADÉKOK ÉS GÁZOK MECHANIKÁJA

1. Emlékeztető	136
2. A szilárd testek, a folyadékok és a gázok nyomása	137
3. Felhajtóerő. Arkhimédész törvénye	143
4. Közlekedőedények. Hajszálcsovek, molekuláris erők	147
5. Gázok és folyadékok áramlása	151
6. Kidolgozott feladatok	155
Összefoglalás	157



ENERGIA, MUNKA

1. Emlékeztető	160
2. Energiaváltozás munkavégzés közben	162
2.1. A munka kiszámítása	162
2.2. A mozgási energia kiszámítása. A munkatétel	167
2.3. Feszítési munka. Rugalmas energia	171
2.4. Az emelési munka és a helyzeti (magassági) energia	174
2.5. A mechanikai energia fogalma és megmaradási tétele	178
3. Teljesítmény, hatások	181
4. Kidolgozott feladatok	184
Összefoglalás	188
MEGOLDÁSOK	189



A TANKÖNYV HASZNÁLATÁT SEGÍTŐ JELZÉSEK

Sárga mezőbe a legfontosabb szabályokat, törvényeket és a mennyiségi fogalmak meghatározását, illetve kiszámítási módját tettük.

Vastag betűkkel a fontos megállapításokat és az új fogalmak nevét írtuk. A közép- és emelt szintű érettségi követelményben szereplő fogalmakat *-gal jelöltük meg. A csak emelt szintű érettségi követelményben található fogalmak jele **.

Bal oldali pirosas árnyalatú sávval hívjuk fel a figyelmet azokra a kísérletekre, amelyek megismerése és megértése nélkül nem lehet feldolgozni a tananyagot.

Az egyes fejezeteket elmélyítő kisebb terjedelmű kiegészítő anyagot a bal oldali szürke sávról és a kisebb méretű betűkről ismerhetjük fel.

Az ábrák a szövegben leírtak könnyebb és jobb megértését segítik elő. Ezért célszerű együtt kezelni a szöveget és a mellette, előtte, alatta levő, hozzá tartozó ábrákat.

M A *Megjegyzések* olyan gondolatok, amelyek nem tartoznak közvetlenül a tananyag logikai rendjébe, de fontos kiegészítői, értelmezői, elmélyítői annak.

G A *Gondolkodtató kérdések* valójában számolás nélkül megoldható feladatok.

F A *Feladatok* megoldásával elmélyíthetjük, jobban megérthetjük és alkalmazhatjuk az elméleti tananyagot.

O Az *Olvasmányban* olyan érdekességek találhatók, amelyek az adott történelmi korba elhelyezve mutatják be a fizikai felfedezéseket, valamint azokat a fizikusokat, akik koruknak és a fizika tudományának szellemi óriásai voltak.

Kedves Diákok!

Az általános iskolában mindenki tanult fizikát, így ez a tantárgy nem ismeretlen a 9. tanévet most kezdők számára.

Minden eddig tanult részletre természetes, hogy nem emlékezhetünk. Az alapot jelentő lényeg azonban biztos megmaradt. Ennek ellenére érdemes elgondolkodni az *Emlékeztető* című részben összefoglaltakról. Megerősíteni, felfrissíteni az olyan felismeréseket is célszerű, mint például: „*Változás csak kölcsönhatás közben jöhet létre.*”, „*Az anyagnak két fajtája van, a részecske-szerkezetű és az elsősorban folytonos mezők.*”, „*A testek, anyagok, folyamatok tulajdonságait mennyiségekkel is lehet jellemezni, például a test tehetetlenségének mértéke, mennyiségi jellemzője a tömeg.*” stb.

A fizika alaptudomány, mert saját alapelvei és saját fogalomrendszere van, ezt a többi természettudomány és az egész társadalom átveszi. Erre építi saját ismeretrendszerét. Aki megismeri pl. a tömeg, az energia, a hő, a munka, az égés, a halmazállapot-változások, az atom, az elektron, a gravitáció, az elektromágneses hullámok stb. fogalmát, az nem csak fizikát tanul. A fizika tanulásához tehát jó, ha tudjuk: **a fizika alapjainak ismerete nélkül nem lehet értelmesen foglalkozni a többi természettudománnyal sem.** Így nem lehet megérteni és megvédeni a körülöttünk levő természetet. Nem lehet alkalmazni a technikát, bekapcsolódni az információáramlásba, de a társadalomban sem lehet tájékozódni, tehát nem lehet megismerni a világot, amelyben élünk.

A fizika gondolatvilágát, módszereit nemcsak annak célszerű megismerni és megérteni, akinek ez a tudomány jövődő élethivatásához szakmai alapot biztosít, hanem minden törekvő, gondolkodó, értelmes embernek is. **A fizika tanulása ugyanis mindenkit felkészít az életre, mert a fizikai jelenségek, fogalmak, törvények, módszerek megismerése, megértése, rendszerbe foglalása semmivel nem pótolható. Ez ugyanis lehetőséget biztosít az élet minden területén alkalmazható készségek, képességek, tanulási technikák, jellembeli tulajdonságok stb. kialakítására, megerősítésére.**

Aki ebből a tankönyvből okosan tanul, az tehát nemcsak ismeretet szerezhet, hanem elsősorban pozitív személyiségjegyeit is megerősítheti, és sok más olyan általánosan alkalmazható értékre tehet szert, amellyel könnyebbé, sikeresebbé, boldogabbá teheti az életét.

Ehhez kíván sok sikert

e tankönyv szerzője.

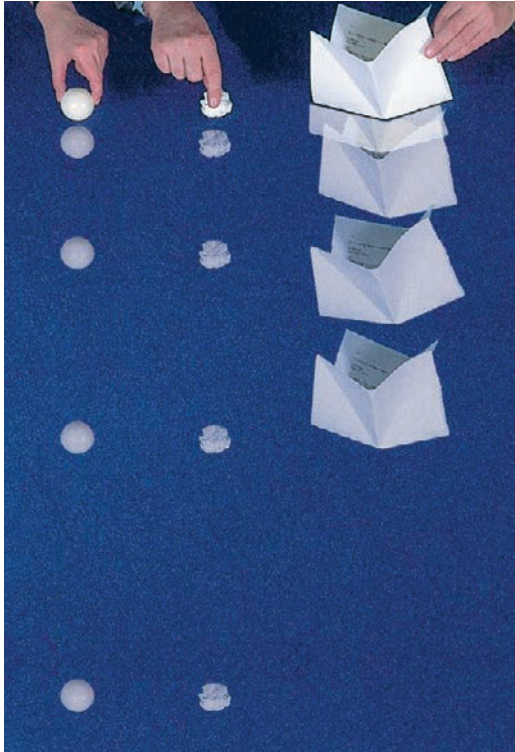
I. fejezet



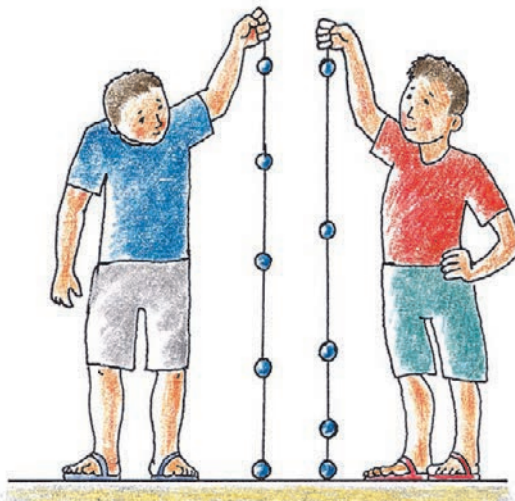
A TESTEK MOZGÁSA



3.3. A szabadon eső test mozgása



30.1. A levegő hatása a test alakjától is függ



$$\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s_3$$

$$s \sim t^2$$

30.2. Kísérletek ejtőzsinórral

A testek, ha nincsenek alátámasztva vagy felfüggesztve, leesnek a földre. Az elejtett tollpihe esés közben lassan libegve közeledik a földhöz, a ceruza, a radír stb. gyorsan és függőleges irányban esik. A sima és a gombócba gyűrt papírlap esése nagyon különböző. A fémgolyó és a vele azonos méretű papírgombóc közel egyformán esik. A nagy felületű papírlap mozgását a levegő jobban akadályozza, mint az összegyűrt papírgombócét és a fémgolyóét.

Megfigyelhető, hogy az elejtett testek esése annál jobban hasonlít egymáshoz, minél jobban elhanyagolható esésük közben a levegő fékező hatása. **Légüres térben minden test egyformán esik.**

A testek olyan esését, amely során csak a gravitációs hatás érvényesül (minden más, a mozgást befolyásoló hatás elhanyagolható), szabadelésnek* nevezzük.

A szabadelését legegyszerűbb ejtőzsinórokkal vizsgálni. Ezt magunk is könnyen megtehetjük. Egy körülbelül 2–2,5 m hosszú zsinoreg kössünk egymástól egyenlő (például 50 centiméter) távolságra kisméretű fémdarabokat. Egy másik zsinóron a nehezékek legalsó fémdarabtól mért távolsága a számok négyzetével legyen arányos (például 1·15 cm; 4·15 cm; 9·15 cm; 16·15 cm).

Az első ejtőzsinórt addig emeljük fel egyik végénél megfogva, míg az alsó végén levő nehezék éppen csak érinti a földet. Az ejtőzsinórt elengedve a rajta egyenlő távolságban levő nehezékek földhöz koppanását gyorsuló üteműnek halljuk. A gyorsuló ütemű kopogás jelzi, hogy a szabadon eső nehezékek – az egymást követő – egyenlő hosszúságú utakat egyre rövidebb időtartamok alatt teszik meg. Ez azt igazolja, hogy a testek sebessége szabadelés közben növekszik, tehát **a szabadelés gyorsuló mozgás.**

A második ejtőzsinórt annál a végénél fogva emeljük fel, amely közelében egyre távolabb vannak felkötve rá a nehezékek. Ezt az ejtőzsinórt elengedve egyenlő időközönként halljuk a koppanásokat. Azt tapasztaljuk tehát, hogy az egymást követő időegységek alatt a nehezékek által megtett út egyszer, négyszer, kilenceszer stb. akkora.

Kísérlettel megállapítható, hogy a szabadon eső testek által megtett út az idő négyzetével arányos: $s \sim t^2$. Ez, mint tudjuk, az egyenletesen változó mozgásra jellemző. **A szabadesés tehát egyenletesen változó mozgás, ezért a**

$$v = a \cdot t \quad \text{és} \quad s = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

képletekkel írható le.

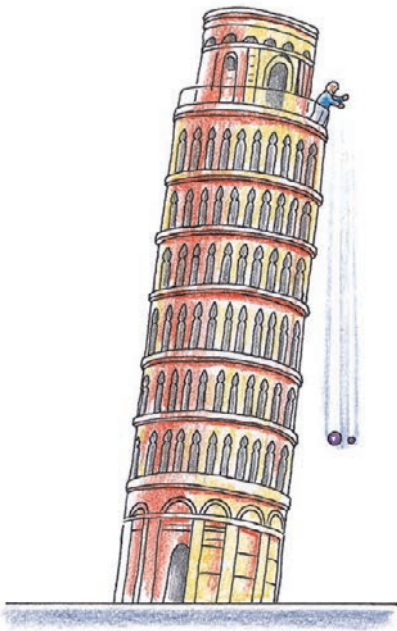
Kérdés még: Mennyi a szabadon eső testek gyorsulása? Az utat és a közben eltelt időt megmérve és a négyzetes úttörvényt felhasználva, ez kiszámítható:

$$s = \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2}.$$

Az esés közben megtett út mérése könnyen, az eltelt idő mérése nehezebben, de sokféle ügyes ötlet alapján megvalósítható.

Az egyik legegyszerűbb, és talán még elfogadható pontosságú eredményre vezető módszer a következő.

Egy csappal elzárható üvegcsőből (bürettábol) vizet csepegtetnek az alatta mintegy 1,5 m-rel alacsonyabban levő edénybe. A csap segítségével úgy



31.1. A szabadesést először Galilei vizsgálta (1600 körül). A legenda szerint a pisai ferde toronyból ejtett le különböző testeket

szabályozzák a víz csepegését, hogy mindegyik csepp akkor kezdjen esni, amikor az előző éppen belecsapódik az alul elhelyezett vízbe. Megmérve pl. 10 vízcsepp esésének együttes idejét, kiszámítható egyetlen vízcsepp szabadesésének időtartama. Így az időmérés hibája csökkenthető. A vízcsepp esésének útja könnyen megmérhető.

A pontos mérések szerint **a szabadesés egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás. A szabadon eső testek gyorsulásának nagysága Magyarországon, a földfelszín közelében**

$$9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

A szabadon eső testek gyorsulását **gravitációs gyorsulásnak*** nevezzük, és g -vel jelöljük, tehát:

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Az összes egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás pillanatnyi sebességét és a megtett utat ugyanazokkal a függvényekkel lehet leírni. Így a szabadesés jellemző adatait is ezekkel határozhatjuk meg. Mivel azonban a szabadesés számunkra az egyik legfontosabb egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás, ezért a rá alkalmazott függvényeket a nehézségi gyorsulás jelét felhasználva szokás felírni:

$$\begin{aligned} v &= g \cdot t, \\ s &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \text{és} \\ g &= 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (= \text{állandó}). \end{aligned}$$

Ahhoz, hogy a gravitációs gyorsulást vektorként kezelhessük, nagyságán (g) kívül az irányát is tudni kell. A \vec{g} vektor iránya – természetesen – mindig függőlegesen lefelé mutat.

Mivel a szabadesés egy egyenes mentén jön létre, a gravitációs gyorsulás vektori jellege kifejezhető a pálya egyenesének és a változás irányát megmutató előjellek a segítségével is. Így, ha a szabadesés irányát választjuk pozitívnak, akkor

$$a = g = +9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

A koordináta-rendszert – amelyben leírjuk a jelenséget – úgy is megválaszthatjuk, hogy annak egyik tengelye felfelé mutasson. Ebben a koordináta-rendszerben számolva a gyorsulás

$$a = -g = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

A FÜGGŐLEGES HAJÍTÁS

A felemelt testet nemcsak elejthetjük, hanem v_0 kezdősebességgel felfelé vagy lefelé el is hajlíthatjuk. Az így létrehozott mozgást **függőleges hajításnak*** nevezzük. A függőleges hajítás tekinthető **olyan szabadesésnek**, amelynél **nem nulla a kezdősebesség**. Ezért leírásához az egyenletesen változó mozgásokat jellemző függvényeket használhatjuk fel.

A) A függőlegesen lefelé dobott test esetén, ha a pozitív irányt függőlegesen lefelé választjuk, akkor az $a = g$ és a $v_0 \neq 0$ figyelembevételével v_0 és g is pozitív. Ezért a mozgást leíró egyenletek a következők:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

$$v = v_0 + g \cdot t,$$

$$g = \text{állandó}.$$

B) A függőlegesen felfelé hajított test vizsgálatánál válasszuk pozitív iránynak a függőlegesen felfelé mutató irányt (ahogy a koordináta-rendszer Z tengelyénél szoktuk)! Így a g gravitációs gyorsulás negatív előjelű lesz ($a = -g$). A mozgás kezdőpontja legyen a földfelszínen.

A függőlegesen felfelé hajított test v_0 kezdősebessége (ebben a koordináta-rendszerben) pozitív. A t időpillanatig létrejött elmozdulása (vagyis a test földfelszín feletti tartózkodásának h magassága) és a pillanatnyi sebessége a következő:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

$$v = v_0 - g \cdot t.$$

A test által megtett út csak addig egyenlő az elmozdulással, amíg a test emelkedik. Amikor a test már visszafelé esik, az általa megtett út hosszabb, mint az elmozdulás, hiszen a pálya egy részén akkor már másodszor jár.

A függőlegesen feldobott test addig emelkedik, míg pillanatnyi sebessége nulla nem lesz. Ezt a felismerést alkalmazva meghatározható **az emelkedés t_1 időtartama**:

$$v = v_0 - g \cdot t_1 = 0 \Rightarrow v_0 = g \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g}.$$

Az emelkedés magassága az emelkedési idő ismeretében kiszámítható:

$$\begin{aligned} h_{\max} &= v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = \\ &= v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}. \end{aligned}$$

A feldobástól a földet érésig eltelt idő (t) egyenlő az emelkedés idejének és a tetőponttól a földre szabadon eső test mozgásidejének összegével. Az esés t_2 ideje:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \Rightarrow t_2^2 = \frac{v_0^2}{g^2} \Rightarrow t_2 = \frac{v_0}{g}.$$

Tehát az esés ideje egyenlő az emelkedés idejével. Így a v_0 kezdősebességgel függőlegesen feldobott test levegőben töltött ideje:

$$t = t_1 + t_2 = 2 \cdot \frac{v_0}{g}.$$

A levegőben töltött idő ismeretében kiszámítható **a földet érés sebessége**:

$$v = v_0 - g \cdot t = v_0 - g \cdot \frac{2 \cdot v_0}{g} = v_0 - 2 \cdot v_0 = -v_0.$$

A függőlegesen felhajított test ugyanakkora sebességgel érkezik vissza a földre, mint amekkorával felhajították, de iránya ellentétes azzal.

A VÍZSZINTES HAJÍTÁS

A vízszintes hajítás* tanulmányozása érdekében lökjünk el egy golyót vízszintes irányban úgy, hogy az szabadon repülhessen. Az első golyó ellökésével egyidejűleg ugyanabból a magasságból ejtsünk el egy másik golyót is. Ezt könnyen megvalósíthatjuk az ún. Löwy-féle ejtőgéppel.

Ez a szerkezet egy golyót rugalmas lemezzel, ütközőnek szorítva tart meg. Egy másik golyót pedig vízszintes „asztalkára” a lemez külső oldala elé helyezhetünk. A kitérített lengő karon levő kalapácsot elengedve az megüti a lemezt, ami az előtte levő golyót vízszintesen ellöki, az ütközőnek szorítottat pedig ugyanakkor elejti. (Lásd 33.1. ábra.)

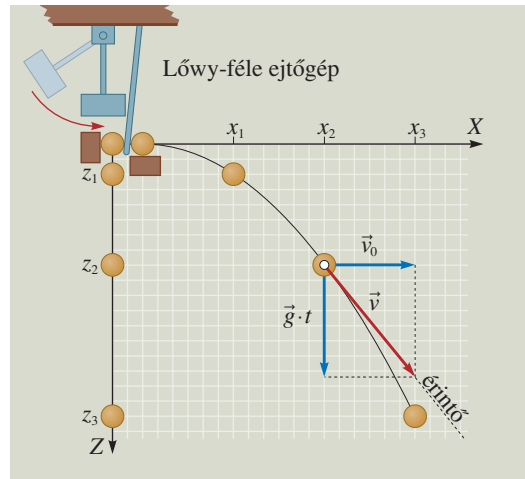
A kísérlet tanúsága szerint a vízszintesen ellökött golyó ugyanakkor ér a padlóra, mint a szabadon eső. Az ellökött golyót felülről nézve úgy tűnik, mintha vízszintes irányú, egyenes vonalú

egyenletes mozgást végezne. Ezek szerint a vízszintesen elhajított test mozgása gondolatban összetehető egy vízszintes egyenes menti egyenletes mozgásból és a szabadesésből (a mozgások függetlensége). A vízszintesen elhajított test helyét bármely időpillanatban (az ábrán látható koordináta-rendszerben) a következő függvények adják meg:

$$x = v_0 \cdot t \quad \text{és} \quad z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

A sebességvektort mindig a vízszintes irányú és állandó nagyságú \vec{v}_0 kezdősebesség-vektor, valamint a $\vec{v} = \vec{g} \cdot t$ szerint változó nagyságú és a Z tengellyel azonos irányú vektor felhasználásával határozhatjuk meg:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t.$$



33.1. Milyen irányú a pillanatnyisebesség-vektor vízszintes hajításnál?



MEGJEGYZÉSEK

1. A mozgások függetlenségének elve szerint, ha egy test egyszerre több mozgásban vesz részt, és ezek a mozgások külön-külön pl. $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ pillanatnyi sebességgel írhatók le, akkor az eredő mozgás \vec{v} sebessége a $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ sebességvektorok vektori eredője ($\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$).
2. A feldobott test emelkedés közben azért tartozhat a szabadon eső testek csoportjába, mert mozgása úgy is értelmezhető, mint összetett mozgás: az egyik összetevő mozgás a szabadesés, a másik a kezdősebességgel végzett egyenes vonalú egyenletes mozgás.
3. A testek ferdén is elhajíthatók. Az ilyen mozgások vizsgálatához szükséges matematikai ismeretekkel azonban most, a 9. évfolyamon még nem rendelkezünk.
4. A *gravitas* – latin szó, jelentése: súly, teher. Ebből származik a gravitáció szó és a *g* jelölés.



GONDOLKODTATÓ KÉRDÉSEK

1. Mit tudunk a szabadon eső test mozgásáról? A gyakorlatban milyen megszorítások mellett tekinthető egy leejtett test mozgása szabadesésnek?
2. Egy szabadon eső test először egy, majd két, végül három másodpercig esik.
 - a) Mit állíthatunk a gyorsulásról a három különböző esetben?
 - b) Az első, második vagy harmadik másodpercben teszi-e meg a leghosszabb utat? Miért?
3. Sötét háttér előtt egy v_0 kezdősebességgel feldobott fehér golyó emelkedéséről (stroboszkópos megvilágítással) ún. nyomképsort készítettünk. Ezt követően a fehér golyó szabadeséséről is hasonló felvételsort csinálunk. Meg lehet-e különböztetni egymástól a két nyomképsort?
4. A szabadesésről Galileo Galilei olasz fizikus állapította meg, hogy egyenletesen gyorsuló mozgás. *Párbeszédek* (1636) című művében ezt írta: „az eső test szabad mozgása állandóan gyorsul [...] a távolságok, melyeket egy nyugvó állapotból induló test egyenlő időközönként befut, úgy aránylanak egymáshoz, mint a páratlan egész számok, kezdve az egyessel”. Hogyan lehet ellenőrizni, hogy Galilei nem tévedett-e?



Galileo Galilei (1564–1642)



FELADATOK

1. Egy golyó 5 másodpercig esik szabadon. Mekkora sebességgel érkeznek a földre? Mennyi utat tett meg esése közben?
2. Mennyi idő áll rendelkezésére a 10 m magas toronyból elhanyagolható kezdősebességgel vízbe ugró versenyzőnek, hogy a gyakorlatát bemutassa? Mekkora sebességgel érkezik a vízbe? Mekkora volt az átlagsebessége?
3. Mennyi ideig és milyen magasról esett le a fáról az az alma, amelyik $v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ -cel ütközött a földnek?
4. Mekkora távolságot tesz meg a nyugalomból induló és szabadon eső test esése során a $t_1 = 6 \text{ s}$ és $t_2 = 8 \text{ s}$ közötti időben? Mekkora ebben az időtartamban a gyorsulása?
5. Szabadon eső test egy bizonyos szintre $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, egy másikra $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel érkezik. Mennyi idő alatt esik a test a felső szinttől az alsó szintig? Mennyi a két szint közötti távolság?
6. Egy test szabadon esik 50 m magasból. Mennyi idő alatt futja be útjának első és utolsó méterét? Mekkora utat tesz meg esésének első és utolsó másodpercében?
7. Az $50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel függőlegesen felfelé lött lövedék milyen magasan van, mennyi utat tett meg, mekkora és milyen irányú a sebessége a kilövéstől számított 2., 4., 5., 6., 8. és 10. másodperc végén? Készítsük el a magasság–idő, út–idő, sebesség–idő és gyorsulás–idő grafikonokat!
8. Egy kavicsot $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel függőlegesen lefelé dobunk. Mekkora a kavics sebessége az elhajítás után 3 másodperccel? Mennyi utat tett meg a kavics 3 másodperc alatt? Miért egy kavics mozgására kérdeztünk rá, és nem általánosítva testet mondtunk?
9. Hasonlítsuk össze kinek jobb a reflexe! Társunk tartson függőleges helyzetben egy olyan rudat (pl. egy seprű nyelét), amelyre középtájon egy vízszintes jelet rajzoltunk, vagy egy befőttesüvegnél használt gumigyűrűt feszítettünk körül. Ezután kezünket a rúdhöz egészen közel, közvetlenül a jel alatt, a rúd elkapására alkalmas helyzetben tartjuk.
Amint észleljük, hogy társunk elejtette a rudat, azonnal kapjuk el azt. Kezünk helyét a rúdon megjelölve megmérhetjük, hogy mennyit esett a rúd szabadon a reakcióidőnk alatt.
 - a) Az útból és a gravitációs gyorsulásból számítsuk ki a reakcióidőt!
 - b) Végezzünk több mérést, és átlagoljunk!
 - c) Mérjük meg reakcióidőnket, amikor frissek (pl. reggel a tanórák előtt) és amikor fáradtak vagyunk (pl. az órák után)!
10. A földi légkör fékező hatása miatt légritkított üvegsőben megfigyelhetjük, hogy a tollpihe és a vasgolyó hogyan esik, ha szabadon esik. Ilyen kísérleti eszköz viszont nincs minden iskolában. Az internet azonban most is segíthet.
A Holdnak nincs légköre, így ott a szabadesés közvetlenül is megfigyelhető. 1971-ben az amerikai Apollo-15 űrhajósai elvégezték és filmre vették ezt a kísérletet, amit pl. a Google keresőn az „apollo 15 gravity experiment” begépelésével megnézhetünk.



II. fejezet

A NEWTONI DINAMIKA ELEMELI: A TÖMEG ÉS AZ ERŐ



4. A sűrűség

Egyenlő térfogatú réz-, alumínium- és fahenger tömegét megmérve azt tapasztaljuk, hogy közülük a rézhenger tömege a legnagyobb. Ha ezekből az anyagokból egyenlő tömegű testeket készítünk, szemmel látható, hogy térfogatuk jelentősen különböző. A fahenger térfogata a legnagyobb, a rézhengeré a legkisebb. Ezeknek a tapasztalatoknak az a magyarázata, hogy a különféle anyagoknak ez a tulajdonsága – amit **sűrűségnek*** nevezünk – különböző lehet.

- **Egyenlő térfogatú testek közül annak nagyobb sűrűségű az anyaga, amelyiknek nagyobb a tömege.**
- **Egyenlő tömegű testek közül annak nagyobb sűrűségű az anyaga, amelyiknek kisebb a térfogata.**

Ha azonos anyagú, de kétszer, háromszor nagyobb térfogatú tömör testek tömegét megmérjük, azt vesszük észre, hogy az is kétszerese, háromszorosa az eredetinek. Minden mérés és minden tapasztalat azt igazolja, hogy **a megegyező anyagú, homogén, tömör testek tömege és térfogata egyenesen arányos: $m \sim V$.**

Ebből az következik, hogy az ilyen testek tömegének és térfogatának hányadosa állandó:

$$\frac{m}{V} = \text{állandó.}$$

A különféle anyagú testeknél ez a hányados különböző, de a nagyobb sűrűségű anyagoknál mindig nagyobb, a kisebb sűrűségűeknél pedig mindig kisebb. Az $\frac{m}{V}$ hányados tehát alkalmas mennyiség az anyagok egy tulajdonságának, a sűrűségnek a jellemzésére.

A sűrűség jele: ρ (görög betű, olvasd: ró).

$$\text{sűrűség} = \frac{\text{tömeg}}{\text{térfogat}},$$

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

A sűrűség mértékegységét – mint a származtatott mennyiségeknél általában – az új mennyiséget

meghatározó, már ismert mennyiségek mértékegységeinek felhasználásával alkotjuk meg. A sűrűség mértékegységeit a tömeg és a térfogat mértékegységeinek hányadosaként határozzuk meg.

A sűrűség SI-beli mértékegysége a $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, engedélyezett még a $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ és a $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Sokszor a testek többféle anyagból vannak (pl. a kés pengéje acél, a nyele pedig fa; a parafa dugóval bedugott palack félig van vízzel stb.). Ha a sűrűséget ekkor is úgy számítjuk ki, mint a homogén anyagú testeknél, akkor a test **átlagsűrűségét** kapjuk:

$$\rho_{\text{átl.}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_{\text{összes}}}{V_{\text{összes}}}.$$

Ugyanannak az anyagnak megváltozik a sűrűsége, ha megváltoztatjuk a hőmérsékletét, mert megváltozik a térfogata, de a tömege változatlan marad. A bezárt gázok térfogatát és így sűrűségét könnyű megváltoztatni összenyomással vagy tágítással.



69.1. A megegyező anyagú, homogén testek tömege és térfogata egyenesen arányos



MEGJEGYZÉSEK

1. A $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ kisebb mértékegység, mint a $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, hiszen $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1000 \text{ g}}{1000000 \text{ cm}^3} = \frac{1}{1000} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, vagyis az $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ezredrésze egyenlő az $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ -rel.
2. A *homogén* görög szó, jelentése: egynemű, egyöntetű.



GONDOLKODTATÓ KÉRDÉSEK

1. Egyenlő térfogatú testek közül az egyik anyaga alumínium, a másiké üveg, a harmadiké vörösréz. Melyiknek a legkisebb és melyiknek a legnagyobb a tömege? (Használjunk táblázatot!)
2. Fogalmazzuk át az előző (1-es) feladatot egyenlő tömegű testekre! A kérdés a térfogatra vonatkozzon! Válaszoljunk az így feltett kérdésre!



FELADATOK

1. Egy kis szabálytalan alakú tárgyról meg kellene tudni, hogy milyen anyagból készült. Rendelkezésünkre áll egy konyhai mérleg és természetesen minden más a konyhából: pl. pohár és víz. Ezek felhasználásával határozzuk meg a vizsgálandó tárgy anyagának sűrűségét!

MEGOLDÁS:

A sűrűség meghatározásához tudnunk kell a test tömegét és a térfogatát. A tömeget a mérleggel meg tudjuk mérni. A mérés eredménye: $m = 65 \text{ g}$.

Arkhimédész törvénye alapján a teljesen elmerülő test esetében, a felhajtóerő ismeretében a test egészének térfogata is kiszámítható.

Ennek érdekében egy háromnegyedéig vízzel töltött poharat a mérlegen kiegyensúlyozunk és belelógatjuk a fonálra felerősített testet úgy, hogy teljesen benne legyen a vízben és ne érjen a pohárhoz. A test vízbe lógatásakor a mérlegnek a poharat tartó serpenyője lebillen. Az egyensúly helyreállítása érdekében a másik serpenyőbe $\Delta m = 7,3 \text{ g}$ tömegű mérőtestet kellett tenni.

Miért billent meg a mérleg egyensúlya a test belelógatásakor? A testet érő felhajtóerő ellenereje hozzáadódott a víz és a pohár súlyához. Ezzel a többlettel egyenlő nagyságú, mind a felhajtóerő, mind a test által kiszorított víz súlya és a $7,3 \text{ g}$ tömegű mérőtestek súlya is. Tehát a kiszorított víz tömege $7,3 \text{ g}$, így: $V = 7,3 \text{ cm}^3$.

A kiszorított víz térfogata egyben a vízbe merített test térfogata is, így:

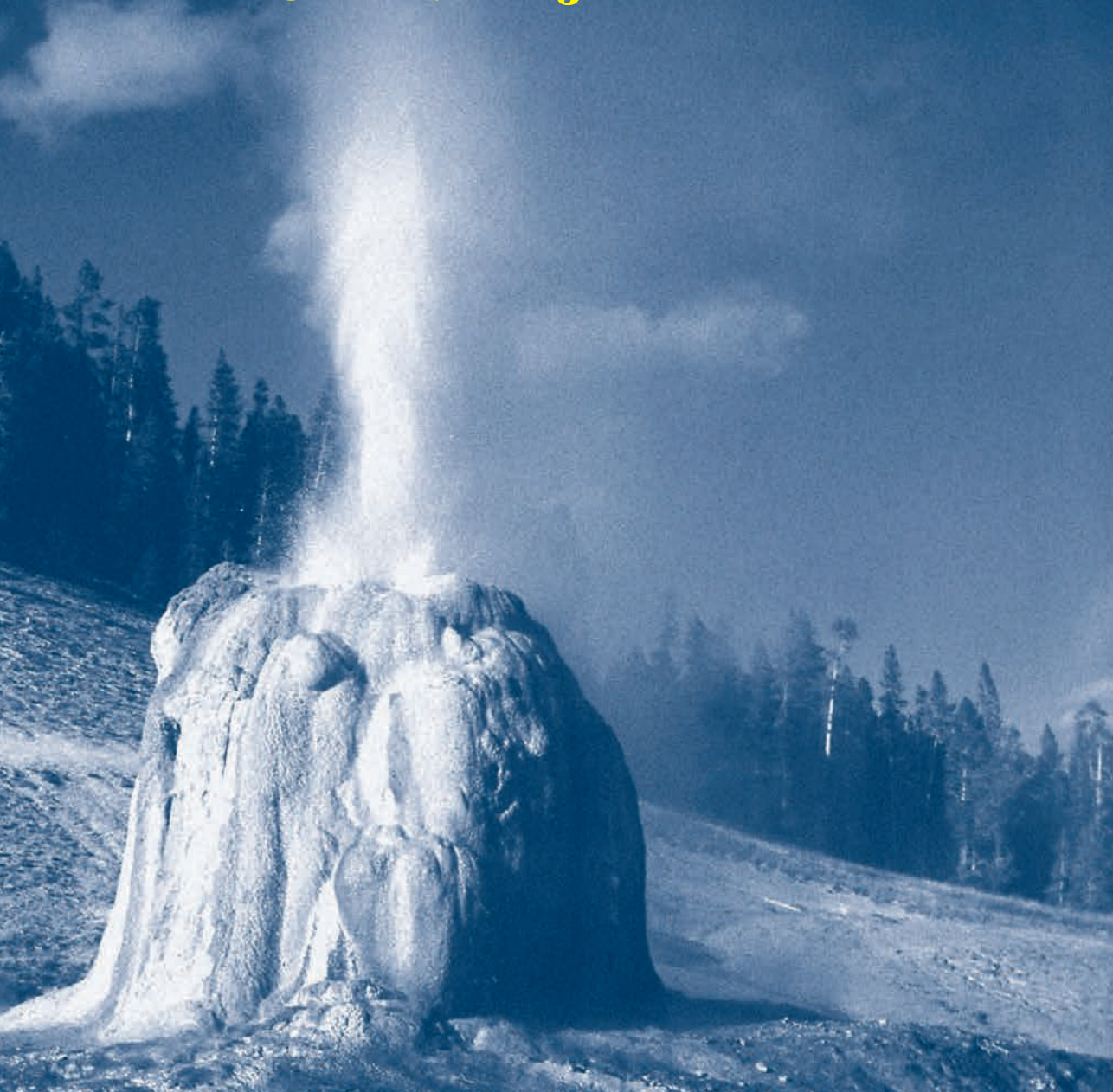
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{65 \text{ g}}{7,3 \text{ cm}^3} = 8,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Ellenőrizzük táblázatban, hogy lehet-e ez a test **rézből!**

2. Egy 180 tonnás jéghegy térfogata 200 m^3 . Mekkora a jég sűrűsége?
3. A vörösréz sűrűsége $8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Mekkora a tömege az 1 dm^3 térfogatú vörösréz tömbnek?
4. Mekkora a térfogata egy 100 kg tömegű alumíniumhengernek? (Használjunk táblázatot!)
5. A sárgaréz vörösréz és cink ötvözet. A 39%-nál kevesebb cinket tartalmazó sárgaréz jól önthető, és hidegen is megmunkálható. Legfeljebb mekkora az ilyen sárgaréz sűrűsége, ha a cinké $7,14 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, a vörösrézé pedig $8930 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$?

III. fejezet

FOLYADÉKOK ÉS GÁZOK MECHANIKÁJA



6. Kidolgozott feladatok

1. Egy 1,6 m magasan végződő locsolócsőből vízszintes irányban kilépő vízszugár 4 m távolságra éri el a sima földfelszínt.

a) Milyen sebességgel folyik ki a csőből?

b) Milyen távolságra ér talajt a vízszugár, ha a cső átmérőjét felére csökkentjük?

MEGOLDÁS:

a) A víz mozgása vízszintes hajtás. A függőleges elmozdulás tehát szabadesés, melyre az $y = \frac{g}{2} \cdot t^2$ alkalmazható. Ebből:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,57 \text{ s.}$$

Vízszintes irányban a mozgás egyenletes, ennek sebessége (v_1) megegyezik a kezdősebességgel:

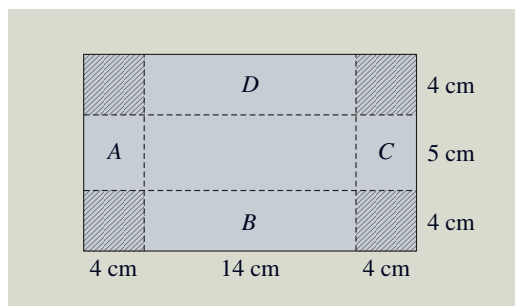
$$v_1 = \frac{x_1}{t} = \frac{4 \text{ m}}{0,57 \text{ s}} = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) A 2-szer kisebb átmérő 4-szer kisebb keresztmetszetet, ez pedig 4-szer nagyobb ármalási sebességet jelent.

Mivel az esési idő változatlan, a 4-szer nagyobb kezdősebesség 4-szer nagyobb „hajtási” távolságot eredményez:

$$x_2 = 4 \cdot 4 \text{ m} = 16 \text{ m.}$$

2. Az ábrának megfelelő méretű, téglalap alakú, 2 mm vastag alumíniumlemez mind a négy sarkából 4 cm oldalú négyzeteket vágunk le. A kiálló (A, B, C, D) részek felhajtásával, majd a rések tömítésével téglatest formájú kis játéksónakot kaptunk. Az alumínium sűrűsége $\rho_{\text{Al}} = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, a vízé $\rho_{\text{víz}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. A tömítés elhanyagolható tömegű.



a) Mennyi lehet a vízre helyezett kis csónak maximális terhelése?

b) Mennyire merül vízbe az üres csónak?

c) Készítsünk ilyen csónakot, és vizsgáljuk meg a stabilitását!

MEGOLDÁS:

a) Maximális terhelésnél a csónak úgy úszik, hogy közelítően a saját térfogatával egyenlő térfogatú vizet szorít ki. Ez a térfogat:

$$V_{\text{víz}} = 14 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 280 \text{ cm}^3.$$

Ennyi víznek a tömege:

$$m_{\text{víz}} = \rho_{\text{víz}} \cdot V_{\text{víz}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 280 \text{ cm}^3 = 280 \text{ g.}$$

A csónak anyagának térfogatát megkaphatjuk, ha az eredeti lap térfogatából kivonjuk a levágott sarkok térfogatát:

$$V_{\text{Al}} = 22 \text{ cm} \cdot 13 \text{ cm} \cdot 0,2 \text{ cm} - 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 0,2 \text{ cm} \cdot 4 = 44,4 \text{ cm}^3.$$

A csónak anyagának tömege:

$$m_{\text{Al}} = \rho_{\text{Al}} \cdot V_{\text{Al}} = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 44,4 \text{ cm}^3 = 120 \text{ g}.$$

Az úszás feltétele, hogy a csónak anyagának és terhelésének együttes súlya egyenlő a kiszorított víz súlyával:

$$(m_{\text{Al}} + m_{\text{t}}) \cdot g = m_{\text{víz}} \cdot g.$$

A maximális terhelés tömege ebből:

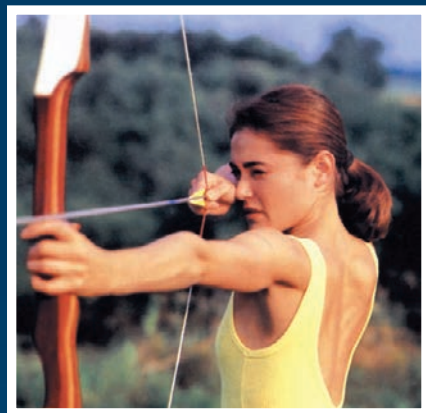
$$m_{\text{t}} = m_{\text{víz}} - m_{\text{Al}} = 280 \text{ g} - 120 \text{ g} = \mathbf{160 \text{ g} = 0,16 \text{ kg}}.$$

b) Jelöljük x -szel a merülési mélységet! A kiszorított víz és az üres csónak súlya egyenlő, így tömegük is egyenlőnek vehető:

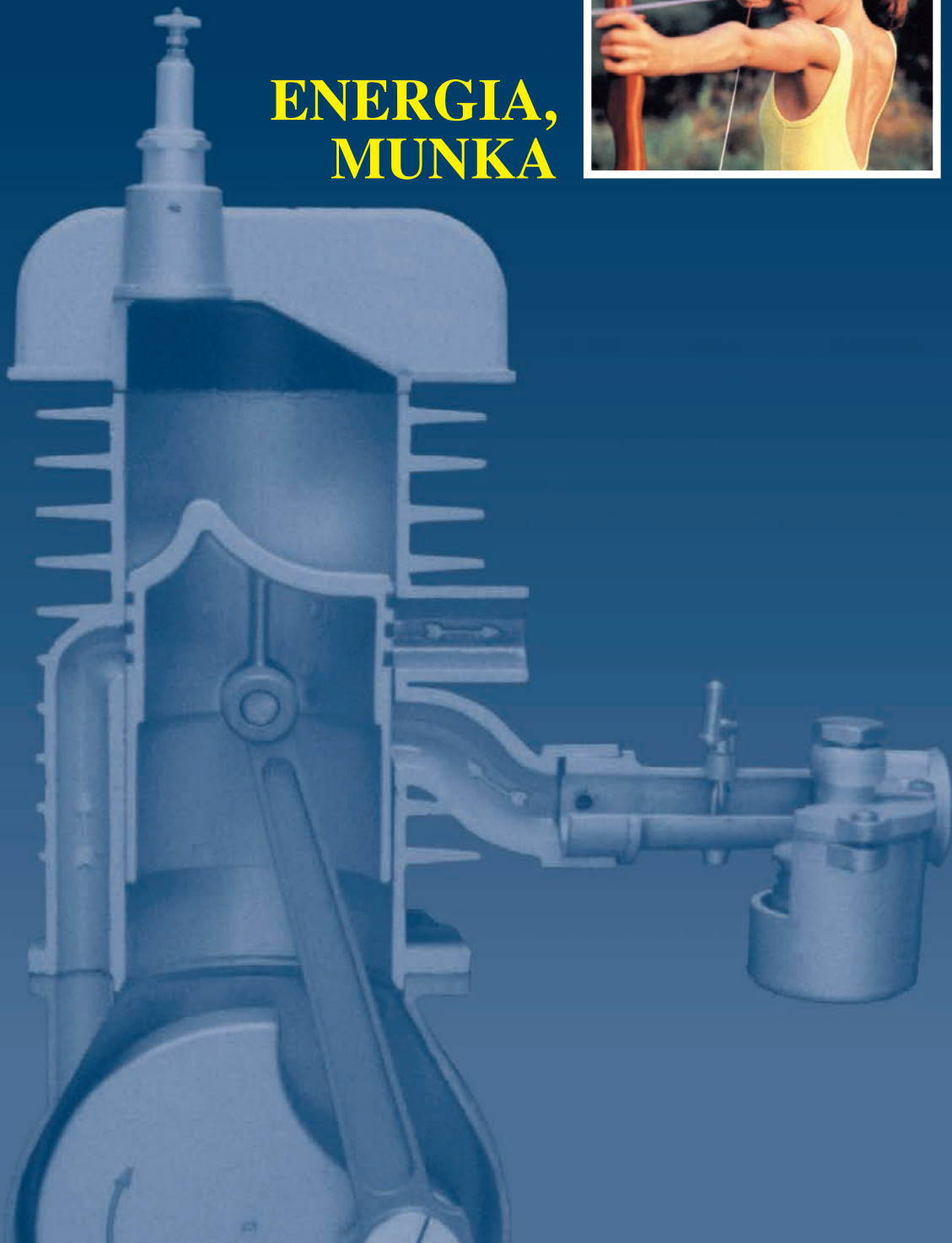
$$14 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot x \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 120 \text{ g}.$$

Ebből az üres csónak merülési mélysége: $x = \mathbf{1,7 \text{ cm}}$.

IV. fejezet



ENERGIA, MUNKA



3. Teljesítmény, hatásfok

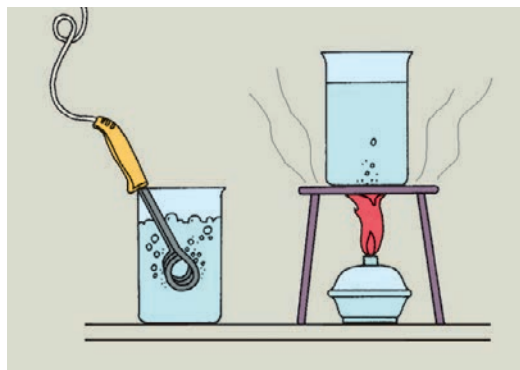


181.1. A fa lassan korhad, de gyorsan ég el

Előző tanulmányaink során megfigyelhettük, hogy a fa lassan korhad, de gyorsan ég el. A merülőforraló gyorsabban melegít, mint a borszesz-éző. A szorgalmasabb kőműves magasabb falat épít egy nap alatt, mint a lusta stb. **Az energiaváltozással járó folyamatok tehát gyorsaság szempontjából különbözhetnek egymástól.**

Az okos ember ésszerűen dolgozik, és így kevesebb munkával végzi el ugyanazt a feladatot, mint az ügyetlen. Vízmelegítéskor pl. a merülőforraló elsősorban a vizet melegíti, és nem az edény körüli levegőt. Ezzel szemben a gázláng legalább annyira a levegőt melegíti, mint a vizet, ezért nem annyira gazdaságos. **Az energiaváltozással járó folyamatok gazdaságosság szempontjából is különböznek egymástól.**

Az energiaváltozással járó folyamatoknak ezt a két különböző tulajdonságát – a gyorsaságot és a gazdaságosságot – egy-egy mennyiség: a **teljesítmény*** és a **hatásfok*** jellemzi. Ezt a két mennyiségi fogalmat már korábban megismertük, és az *Emlékeztető* feldolgozása közben



181.2. A merülőforralónál kisebb az energiavesztés

fel is frissítettük. Így most csak tudásunk megerősítésére, bővítésére és a fogalmakkal kapcsolatos feladatok gyakorlására van szükség.

A) Tudjuk, hogy a teljesítmény (P) az energiaváltozás sebessége, tehát az energiaváltozás gyorsasága szempontjából jellemzi a változási folyamatokat.

Ha a változás egyenletes, akkor $\Delta E \sim \Delta t$. A szokásos fogalomalkotás alapján:

$$\text{teljesítmény} = \frac{\text{energiaváltozás}}{\text{a közben eltelt idő}},$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

A teljesítmény SI-beli mértékegysége a watt.

Jele: W . Az $1 W = 1 \frac{J}{s}$.

Ha az energiaváltozás egyenletes mozgás közben történik, akkor a teljesítményt gyakran célszerű másként kiszámolni:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v.$$

Az energiaváltozással járó folyamatok teljesítménye a gyakorlatban legtöbbször időben változik. Ha az ilyen folyamatoknak is úgy számítjuk ki a teljesítményét, mint ahogyan azt az egyenletes változásnál tettük, **átlagteljesítményt** kapunk:

$$P_{\text{átl.}} = \frac{\Delta E_{\text{ö.}}}{\Delta t}.$$

Az igen rövid időtartamokra kiszámított átlagteljesítmény annál inkább megközelíti a **pillanatnyi teljesítményt**, minél kisebb a Δt . (A pillanatnyi teljesítmény pontos fogalmát is a határérték segítségével értelmezhetjük.)

B) A hatásfok (η) a valóságos folyamatokat (ahol pl. a sűrűdés, a közegeellenállás, a hővesztés stb. nem hanyagolható el) **jellemzi gazdaságosság szempontjából.**

Mivel a gyakorlatban a hasznos energiaváltozás mindig kisebb az összes energiaváltozásnál, a hatásfok csak idealizált esetben lehet 100%-os, tehát $\eta \leq 1$.



182.1. Csak a malter emelése hasznos, a többi emelőmunka kárba vész. Mi itt a felesleges munka?

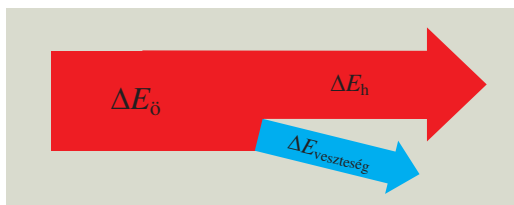
A hatásfok megmutatja, hogy a hasznos energiaváltozás hányad része a változás közben „befektetett” összes energiaváltozásnak.

$$\text{hatásfok} = \frac{\text{hasznos energiaváltozás}}{\text{összes energiaváltozás}},$$

$$\eta = \frac{\Delta E_h}{\Delta E_{\text{ö}}} \leq 1.$$

A hatásfok tehát arányszám, és ezért nincs mértékegysége.

A hatásfok különféle folyamatoknál különböző jellemzőkkel is kiszámítható.



$$182.2. \Delta E_{\text{ö}} = \Delta E_h + \Delta E_{\text{veszteség}}$$

Ha a változás munkavégzés közben jött létre, akkor a hatásfok a hasznos munka és az összes elvégzett munka hányadosa:

$$\eta = \frac{\Delta E_h}{\Delta E_{\text{ö}}} = \frac{W_h}{W_{\text{ö}}}.$$

Gyorsításkor, ha a súrlódás nem hanyagolható el, a hatásfok a mozgási energiaváltozás és az összes munka hányadosa:

$$\eta = \frac{\Delta E_h}{\Delta E_{\text{ö}}} = \frac{\Delta E_m}{W_{\text{ö}}}.$$

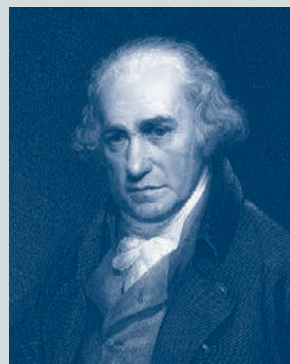
Mivel a teljesítmény számértékeileg egyenlő az egységnyi idő alatt bekövetkező energiaváltozással, a hatásfok a hasznos és az összes teljesítmény hányadosaként is kiszámítható:

$$\eta = \frac{\Delta E_h}{\Delta E_{\text{ö}}} = \frac{\frac{\Delta E_h}{\Delta t}}{\frac{\Delta E_{\text{ö}}}{\Delta t}} = \frac{P_h}{P_{\text{ö}}}.$$



MEGJEGYZÉSEK

1. A teljesítmény mértékegységét *James Watt* (1736–1819) angol feltaláló tiszteletére nevezték el.
2. A munkának és a wattnak mint mértékegységnek is „W” a jele. A kétféle alkalmazás mégsem téveszthető össze, ha figyelünk a következőkre:
 - A szövegből legtöbbször kiderül, mit jelöltek W-vel.
 - A munka jelölésénél a *W* mindig egyedül áll vagy a szövegben, vagy az egyenlőség egyik oldalán, pl. $W = 5 \text{ J}$. A watt jeleként használt *W* előtt mindig ott van a számérték, pl. $P = 9 \text{ W}$.
 - A könyvekben a fizikai mennyiségek jelét, így a munkáét is dőlt betűvel szokták nyomtatni, a mértékegységek jele viszont álló betű, pl. „Egy gép teljesítménye $P = 3 \text{ kW}$, az általa végzett munka $W = 10 \text{ kJ}$. Mennyi ideig dolgozott a gép?”
3. A villanyszámlát az elektromos fogyasztás alapján kell fizetni. Ez alatt azt értik, hogy elektromos berendezéseinken az adott idő alatt mennyi energiaváltozás jött létre.



A számlán ezt az energiamennyiséget egy különös mértékegységben, a kilowattórában mérik. A $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ -ből kifejezve az energiaváltozást, a következőt kapjuk: $\Delta E = P \cdot \Delta t$. Ez alapján megalkotható a kilowattóra (kWh), az energia mértékegysége. Ez egyenlő azzal az energiaváltozással, amit az egy kW-os berendezés egy óra alatt létrehoz.

GONDOLKODTATÓ KÉRDÉSEK

1. Két gép közül az első kétszer annyi munkát végez ugyanannyi idő alatt, mint a második. Mit tudunk a két gép teljesítményéről? Két motor közül az első ötször annyi munkát végzett, mint a második. Milyen feltétellel igaz az az állítás, hogy a két motor teljesítménye egyenlő?
2. Szemléltessük legalább három példával, hogy mit jelent az 1 W teljesítmény!
3. A $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ képlet elemzésével adjuk meg, hogy ha a három mennyiség közül az egyik állandó, akkor melyik
 - a) két mennyiség között van egyenes arányosság! Mi ennek a fizikai tartalma? Mondjunk rá gyakorlati példát is!
 - b) két mennyiség között van fordított arányosság! Mi ennek a fizikai tartalma? Mondjunk rá gyakorlati példát is!
4. Mit jelent az, hogy egy folyamat hatásfoka 75%? Mit jelent az $\eta = 0,3$?
5. Két gép közül az egyik teljesítménye kétszerese a másikénak. Lehet-e a két gép hatásfoka egyenlő? A választ indokoljuk is meg!
6. Miért lehet kerékpáron ugyanakkora utat kisebb fáradsággal megtenni, mint gyalog?

FELADATOK

1. Egy gép motorjának teljesítménye 25 kW. Mennyi munkát végez 1 perc alatt?
2. Mennyi idő alatt végez egy ló 6 kJ munkát, ha teljesítménye 300 W?
3. Egy 75 kg tömegű ember 30 perc alatt megy fel a 300 m magas dombra. Tömegközéppontjának emelésére munkájának 75%-a fordítódik. Mennyi a teljesítménye? Mekkora a hatásfoka?
4. Egy 1000 kg tömegű repülőgép motorja 60 m változatlan sebességű emelkedés közben 30 másodperc alatt 1800 kJ munkát végzett. Mennyi a teljesítménye? Mennyi a hatásfoka?
5. Egy bekapcsolt villanyvasaló 600 W teljesítményű. Mennyivel változtatja meg vasalás közben környezetének belső energiáját 30 perc alatt?
6. Egy 60 kg tömegű ember teljesítménye 100 W. Mennyi idő alatt megy fel a 10 m magasra levő harmadik emeletre, ha hatásfoka 0,7?
7. Egy 73 kg tömegű munkás kézben visz fel 10 m magasra 25 kg tömegű homokot egy 2 kg tömegű vödörben. Mekkora a hatásfoka az így végzett munkának? Milyen hatásfokkal dolgozna, ha csigán húzná fel ezt a vödör homokot?
8. Egy vízkerék 5 m magasról 10000 kg tömegű víz esik. A vízkerék ez alatt 120 kJ munkát végez. Mekkora a folyamat hatásfoka?
9. Egy 1200 kg tömegű gépkocsi 15 másodperc alatt gyorsult fel $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességre. Mennyi volt a motor átlagos teljesítménye?
10. Nézzünk utána James Watt életének és munkásságának!

