SZÁMRENDSZEREK

1933. A megadott sorrendet követve írtuk át a számokat:

a) 2-es számrendszerben: 11; 1001; 1100; 10001; 10111; 100110; 1011011.
b) 3-as számrendszerben: 21;110;1011; 1020; 10100; 10102; 100000.
c) 6-os számrendszerben: 12; 14; 20; 23; 100; 140; 224.
d) 4-es számrendszerben: 13; 20; 21; 101; 111; 303; 30002.
e) 12-es számrendszerben: 11; 50; 1(10); 101; 1011; 2022.
f) 7-es számrendszerben: 26; 43; 60; 100; 202; 2021; 2626.

1934. *a)* 1; 10; 11; 100; 101; 110; 111; 1000; 10001; 1010; 1011; 1100; 1101; 1110; 1111; 1000; 10001; 10010; 10011; 10100.
b) 1; 2; 10; 11; 12; 20; 21; 22; 100; 101; 102; 110; 111; 112; 120; 121; 122; 200; 201; 202.
c) 1; 2; 3; 4; 10; 11; 12; 13; 14; 20; 21; 22; 23; 24; 30; 31; 32; 33; 34; 40.
d) 1; 2; 3; 4; 5; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 30; 31; 32.
e) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26.
f) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 20; 21; 22; 23; 24.

1935. *a)* 61; *b)* 52; *c)* 11; *d)* 228; *e)* 318; *f)* 2926;
g) 2070; *h)* 289; *i)* 1912; *j)* 200; *k)* 482; *l)* 3334.

1936. A táblázat alsó sorában egy 5-ös számrendszerbeli szám szerepel. Ha ezt átírjuk 10-es számrendszerbe, akkor megkapjuk a darabszámot, ha 7-es számrendszerbe, akkor megkapjuk az új csoportosítás szerinti értékeket. A válaszoknál először a darabszám, majd a 7-es számrendszerbeli szám szerepel.

a) 275; 542_{7} *b)* 386; 1061_{7} *c)* 136; 253_{7} *d)* 651; 1620_{7}

1937. A válaszokban az első szám a darabszám, a másodikban ennek 8-as számrendszerben felírt alakja szerepel.

a) 208; 320_{8} *b)* 515; 1003_{8} *c)* 3404; 6514_{8} *d)* 1328; 2460_{8}

1938. Mindegyik esetben a lehető legkisebb a lapot vettük csak figyelembe. Természetesen ezeknél nagyobb alapok is helyesek lehetnek.

a) $11001_{2} = 25$ *b)* $12011_{3} = 139$ *c)* $31210_{4} = 868$ *d)* $4013_{5} = 508$
e) $150_{6} = 66$ *f)* $8012_{9} = 5843$.

1939. A válaszokat táblázatban megadva:

Számrendszer alapja	2	3	4	9	10	12
Egyjegyűek száma	1	2	3	8	9	11
Kétjegyűek száma	2	6	12	72	90	132
Háromjegyűek száma	4	18	48	648	900	1584

Megjegyzés: Igazolható, hogy egy n-es alapú számrendszerben a k-jegyű számok száma: $n^k - n^{k-1}$.

1940. *a)* 1 *b)* 0 *c)* 0 *d)* 0 *e)* 1

$10001_{(2)} = 17$

1941. *a)* 1 *b)* 0 *c)* 0 *d)* 1 *e)* 0

$10010_{(2)} = 18$

1942. A számokat azonos számrendszerbe (pl. 10-es alapúba) átírva összehasonlíthatjuk őket.

a) $11_{(5)} < 21_{(3)} = 13_{(4)} < 1001_{(2)}$ *b)* $44_{(5)} < 222_{(3)} < 123_{(4)} < 111011_{(2)}$

c) $37_{(8)} < 65_{(7)} < 414_{(5)} < 3213_{(4)}$ *d)* $888_{(9)} < 3271_{(8)} < 211403_{(5)} < 55230_{(6)}$

e) $88101_{(9)} < 336512_{(7)} < 1234512_{(6)} < 7676012_{(8)}$

1943. *a)* $321023_{(4)} = 3 \cdot 4^5 + 2 \cdot 4^4 + 1 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0$

b) $10111011_{(2)} = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

c) $5411240_{(6)} = 5 \cdot 6^6 + 4 \cdot 6^5 + 1 \cdot 6^4 + 1 \cdot 6^3 + 2 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6^1 + 0 \cdot 6^0$

d) $876012_{(9)} = 8 \cdot 9^5 + 7 \cdot 9^4 + 6 \cdot 9^3 + 0 \cdot 9^2 + 1 \cdot 9^1 + 2 \cdot 9^0$

e) $1978190_{(11)} = 1 \cdot 11^6 + 9 \cdot 11^5 + 7 \cdot 11^4 + 8 \cdot 11^3 + 1 \cdot 11^2 + 9 \cdot 11^1 + 0 \cdot 11^0$

f) $66540116_{(7)} = 6 \cdot 7^8 + 6 \cdot 7^7 + 5 \cdot 7^6 + 4 \cdot 7^5 + 0 \cdot 7^4 + 1 \cdot 7^3 + 1 \cdot 7^2 + 1 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^0$

1944. Az 1943. feladat felírásából adódik az eljárás helyessége.

1945. *a)* $8 = 1000_{(2)} = 22_{(3)} = 13_{(5)} = 10_{(8)} = 8_{(9)}$

b) $17 = 10001_{(2)} = 122_{(3)} = 32_{(5)} = 21_{(8)} = 18_{(9)}$

c) $22 = 10110_{(2)} = 211_{(3)} = 42_{(5)} = 26_{(8)} = 24_{(9)}$

d) $324 = 101000100_{(2)} = 11000_{(3)} = 2244_{(5)} = 504_{(8)} = 400_{(9)}$

e) $1000 = 1111101000_{(2)} = 1101001_{(3)} = 13000_{(5)} = 1750_{(8)} = 1331_{(9)}$

f) $23459 = 101101110100011_{(2)} = 1012011212_{(3)} = 1222314_{(5)} = 55643_{(8)} = 35155_{(9)}$

1946. $56_{(x)}$-et hatványalakban felírva: $5x + 6 = 41$ egyenlet adódik. Ennek megoldása $x = 7$.

1947. A $3x + 2 = 23$ egyenletből $x = 7$ adódik.

1948. A $3x + 4 = 22$ egyenletből $x = 6$ adódik.

1949. A $6x + 7 = 61$ egyenletből $x = 9$ adódik.

1950. A $7x + 4 = 88$ egyenletből $x = 12$ adódik.

1951. A $4x + 5 = 185$ egyenletből $x = 45$ adódik.

1952. Az $x^2 + 2x + 1 = 16$ egyenletből $x_1 = 3$ és $x_2 = -5$ adódik. A feladatnak csak az $x_1 = 3$ lesz megoldása.

1953. Az $x^2 + 2x + 1 = 25$ egyenletből $x_1 = 4$ és $x_2 = -6$ adódik. A megoldás $x_1 = 4$.

1954. A $2x^2 + 4x + 2 = 72$ egyenletből $x_1 = 5$ és $x_2 = -7$ adódik. A megoldás $x_1 = 5$.

1955. A $3x^2 + 6x + 3 = 243$ egyenletből $x_1 = 8$ és $x_2 = -10$ adódik. A megoldás $x_1 = 8$.

1956. A $4x^2 + 4 = 200$ egyenletből $x = 7$ és $x = -7$ adódik. A megoldás $x = 7$.

1957. Mivel $11010011_{②} = 211$, ezért a felírható egyenlet: $4x + 3 = 211$. Ezt megoldva a számrendszer alapja $x = 52$.

1958. $2011_{③} = 58$, ezért felírható, hogy $7x + 2 = 58$. Ebből a számrendszer alapjára $x = 8$ adódik.

1959. $112211_{③} = 400$, ezért felírható, hogy $4x^2 + 8x + 4 = 400$. Ennek az egyenletnek a megoldásai $x_1 = 9$ és $x_2 = -11$. A számrendszer alapja $x_1 = 9$.

1960. $1020_{④} = 72$, ezért felírható, hogy $2x^2 + 4x + 2 = 72$. Ennek megoldásai $x_1 = 5$ és $x_2 = -7$. A feladat megoldása $x_1 = 5$.

1961. A kérdés megválaszolásához elegendő a számrendszerekben az adott számokat hatványok összegeként felírni. Például: $1234_{⑤} = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 4$. A megfelelő tagok paritását és ezek számát megvizsgálva adódik, hogy melyik szám lesz páros. Ezeket felsorolva kapjuk, hogy páros szám:

a) $1234_{⑤}$ $3421_{⑦}$ *b)* $3112_{④}$ *c)* $1256_{⑦}$.

1962. A 3-as számrendszerben azok a számok oszthatók 3-mal, amelyek 0-ra végződnek. A 9-es számrendszerben azok a számok oszthatók 3-mal, amelyek 3-mal osztható számra végződnek. Így a 3-mal osztható számok: $120_{③}$; $1250_{③}$; $6113_{③}$.

1963. A $2210_{④}$ és a $52310_{⑧}$ oszthatók 4-gyel, mert 0-ra végződnek. A $2321_{⑤} = 336$, ezért ez is osztható 4-gyel. A $44312_{⑤} = 3082$, ez pedig nem osztható 4-gyel.

Megjegyzés: Egy k-alapú számrendszerben felírt számról belátható, hogy akkor és csak akkor osztható $k - 1$-gyel, ha a számjegyek összege osztható $k - 1$-gyel. Így az 5-ös számrendszerben felírt számokról ez alapján is eldönthető, hogy oszthatók-e 4-gyel.

1964. Az 1963. feladat megoldását figyelembe véve a 6-tal osztható számok: $202020_{③}$; 543213.

1965. Az eredmények a következők:

a) $110111_{②}$ *b)* $12122_{③}$ *c)* $11224_{②}$ *d)* $3555_{⑧}$

1966. *a)* $1100_{②}$ *b)* $1122_{④}$ *c)* $1450_{⑧}$

1967. *a)* A kettes szorzótábla:

$1 \cdot 1 = 1$	$1 \cdot 10 = 10$
$10 \cdot 1 = 10$	$10 \cdot 10 = 100$

b) A hármas szorzótábla:

$1 \cdot 1 = 1$	$1 \cdot 2 = 2$	$1 \cdot 10 = 10$
$2 \cdot 1 = 2$	$2 \cdot 2 = 11$	$2 \cdot 10 = 20$
$10 \cdot 1 = 10$	$10 \cdot 2 = 20$	$10 \cdot 10 = 100$

c) A négyes szorzótábla:

$1 \cdot 1 = 1$	$1 \cdot 2 = 2$	$1 \cdot 3 = 3$	$1 \cdot 10 = 10$
$2 \cdot 1 = 2$	$2 \cdot 2 = 10$	$2 \cdot 3 = 12$	$2 \cdot 10 = 20$
$3 \cdot 1 = 3$	$3 \cdot 2 = 12$	$3 \cdot 3 = 21$	$3 \cdot 10 = 30$
$10 \cdot 1 = 10$	$10 \cdot 2 = 20$	$10 \cdot 3 = 30$	$10 \cdot 10 = 100$

d) A hatos számrendszer szorzótáblája:

$1 \cdot 1 = 1$	$1 \cdot 2 = 2$	$1 \cdot 3 = 3$	$1 \cdot 4 = 4$	$1 \cdot 5 = 5$	$1 \cdot 10 = 10$
$2 \cdot 1 = 2$	$2 \cdot 2 = 4$	$2 \cdot 3 = 10$	$2 \cdot 4 = 12$	$2 \cdot 5 = 14$	$2 \cdot 10 = 20$
$3 \cdot 1 = 3$	$3 \cdot 2 = 10$	$3 \cdot 3 = 13$	$3 \cdot 4 = 20$	$3 \cdot 5 = 23$	$3 \cdot 10 = 30$
$4 \cdot 1 = 4$	$4 \cdot 2 = 12$	$4 \cdot 3 = 20$	$4 \cdot 4 = 24$	$4 \cdot 5 = 32$	$4 \cdot 10 = 40$
$5 \cdot 1 = 5$	$5 \cdot 2 = 14$	$5 \cdot 3 = 23$	$5 \cdot 4 = 32$	$5 \cdot 5 = 41$	$5 \cdot 10 = 50$
$10 \cdot 1 = 10$	$10 \cdot 2 = 20$	$10 \cdot 3 = 30$	$10 \cdot 4 = 40$	$10 \cdot 5 = 50$	$10 \cdot 10 = 100$

1968. A szorzat eredményei:

a) $110_{②}$ *b)* $1100_{③}$ *c)* $4100_{⑤}$

1969. Írjuk fel a számokat az alap hatványainak segítségével. Az így kapott egyenletet megoldva adódnak az ismeretlen alapok.

a) $3 + 4 = x + 1$; $x = 6$.

b) $3x + 4x = x^2 + x$; $x_1 = 0$ vagy $x_2 = 6$. A rendszer alapja csak a 6 lehet.

c) $2x^2 + 2x^2 = 2x^3$; $x = 0$ vagy $x = 2$. A feladatnak nincs megoldása, hiszen 2-es számrendszerben nem szerepelhetnek 2-es számjegyek.

d) $x + x + 1 = x^2 + 1$; $x = 0$ vagy $x = 2$. Az ismeretlen számrendszer 2-es alapú.

1970. *a)* Bármilyen 8-nál kisebb számjegy megfelelő.

b) Csak az 1 lesz a megfelelő. $10111_{③} = 94$.

c) A megoldás 0; 2; 4; 6 vagy 8.

d) A megoldás 0; 2 vagy 4.

1971. *a)* Az utolsó számjegynek 3-mal oszthatónak kell lennie: 0 vagy 3.

b) Csak 0 lehet a behelyettesíthető szám.

c) Az utolsó számjegynek 4-gyel oszthatónak kell lennie: 0 vagy 4.

d) Az 1963. feladatban tett megjegyzés alapján annak kell teljesülnie, hogy a számjegyek összege osztható legyen 4-gyel. Ez 2 esetén teljesül. A megfelelő szám a $22341_{⑤} = 1596$.

e) 0 vagy 5 a megoldás.
f) 5 a helyettesíthető számjegy.

1972. Az összeadás szabályait figyelembe véve a következő megoldást adhatjuk:

$$\begin{array}{r} 225_{\textcircled{7}} \\ +\,515_{\textcircled{7}} \\ \hline 1043_{\textcircled{7}} \end{array}$$

1973. *a)* Az utolsó számjegy páros lesz.
b) Az utolsó számjegy 3-mal osztható, azaz 0 vagy 3.
c) A szám 0-ra végződik.
d) A szám jegyeinek összege 5-tel osztható lesz.

1974. *a)* A szám 0-ra végződik.
b) Az utolsó két számjegye 0.
c) Az utolsó három számjegye 0.
d) A szám jegyeit váltakozó előjellel összeadva 3-mal osztható számot kapunk.

1975. A 4-gyel való oszthatóság szempontjából csak a 0 és a 4 helyettesíthető be. A 7-tel való oszthatósághoz a számjegyek összege 7-tel osztható kell, hogy legyen. Ez a 4-es számjegy esetén teljesül. A megfelelő szám: $24564_{\textcircled{8}} = 10612$.

1976. A 3-mal való oszthatóság miatt 0; 3 vagy 6 számjegy lehet megfelelő. A 8-cal való oszthatóság miatt a számjegyek összege 8-cal osztható, így ezek közül a 6 lesz a megoldás: $18276_{\textcircled{9}} = 12624$.

1977. A △ helyére csak páros szám helyettesíthető és a számjegyek összege 5-tel osztható. A lehetséges megoldások:

△	0	2	4
□	1	4	2

1978. A feltétel azt jelenti, hogy 2-vel és 5-tel osztható számokat keressük. Az 1977. feladat megoldásához hasonlóan kapjuk, hogy:

△	0	2	4
□	0	3	1

1979. A számnak 3-mal és 5-tel kell oszthatónak lenni. Az utolsó számjegy csak 0 vagy 3 lehet és a számjegyek összege osztható kell, hogy legyen 5-tel. A megoldások: $452310_{\textcircled{6}}$ vagy $454313_{\textcircled{6}}$.

1980. Egy lehetséges megoldást adunk meg. A számok nagyságrendjét illetve sorrendjét figyelembe véve adódik, hogy:

a)
$$
\begin{array}{l}
\underline{6\mathbf{45}}\cdot\mathbf{721}\\
\mathbf{4}515\\
\mathbf{1290}\\
\underline{\mathbf{645}}\\
\mathbf{46}5\mathbf{0}4\mathbf{5}
\end{array}
$$

b)
$$
\begin{array}{l}
\underline{2\mathbf{71}}\cdot 3\mathbf{22}\\
\mathbf{81}3\\
\mathbf{5}42\\
\underline{5\mathbf{42}}\\
\mathbf{87262}
\end{array}
$$

1981. Elegendő egyetlen láncszemet levágni. Ez legyen a sorban a harmadik. Így minden nap tud alkalmas mennyiségű láncszemmel fizetni a vándor.

TARTALOM

Könyvajánlat

Csahóczi Erzsébet

TÖPRENGŐ III - IV.
Gondolkodtató matematikai feladatok
8-9, 9-10 éveseknek

A Töprengő c. feladatgyűjtemény a matematika iránt érdeklődő 8-9, illetve 9-10 éves gyerekek számára készült. Fő célja a tanulók gondolkodásának fejlesztése változatos feladatsorokon keresztül. A feladatok tartalma, témája, nehézségi foka, megfogalmazása igazodik a korosztály életkori sajátosságaihoz.

A feladatok tematikus feldolgozása, a megoldások közlése módot ad a gyerekeknek az önálló feldolgozásra és önellenőrzésre. A tanítók is jól használhatják órákon és szakkörökön.

Baginé - Bartók - Szebeniné - Péterné

Matematikai gyakorló munkafüzet
1. - 2. - 3. - 4. osztály számára

A kiadvány célja, hogy a kisiskolások minél hamarabb és minél könnyebben megszerezzék matematikai ismereteiket. Olyan munkáltató feladatlap, mely a nevelők, szülők segítségével és önállóan is jól használható. A sok érdekes feladat lehetőséget ad az eddigi tudás felelevenítésére, bővítésére. A munkafüzet végén található felmérő lapok segítségével a tanulók tudásukat mérhetik le, és még játékos fejtörők is várnak az érdeklődőkre. Főleg azoknak nyújt segítséget, akiknek több gyakorlásra van szükségük a tananyag elsajátításához.

Kosztolányi - Mike - Vincze

Érdekes matematikai feladatok 1.

A feladatgyűjtemény elsősorban a felső tagozatos és a középiskola elsős, illetve másodikos tanulói számára készült. A témakörök a hagyományos elemi matematika területei mellett (algebra, geometria) számos olyan érdekes és gondolkodtató matematikai problémát is tartalmaznak, amelyek megoldásához a logikus gondolkodáson kívül szinte más nem is igen szükséges.

A feladatgyűjtemény alapjául a szegedi Radnóti Miklós Gimnázium Matematika Iskola néven közismertté vált kísérleti munkája szolgált.

Kosztolányi - Mike - Vincze

Jól felkészültem-e ?
Matematikai feladatsorozatok
5. - 6. - 7. - 8. osztály, valamint középiskolába készülőknek

A kiadványok felölelik az általános iskolák felső tagozatának teljes tananyagát. A sorozat ötödik kötete segítséget nyújt azoknak a tanulóknak, akik tanulmányaikat középiskolában szeretnék folytatni. A feladatsorozatok változatos feladatokkal, kérdésekkel segítik a felkészülést, s a megoldásokkal összevetve lemérhető, hogy a diákoknak mennyire sikerült az adott tananyagot elsajátítaniuk.

Csordás - Koleszár - Nagy (szerk.)

Matematikai versenytesztek
A Zrínyi Ilona Matematikaverseny
feladatai és megoldásai 1991-93, 1994, 1995, 1996

Az évek óta népszerű Zrínyi Ilona matematikaverseny megyei és országos fordulóinak feladatsorait adjuk közre évről évre. A kötetek tartalmazzák a feladatok megoldási menetét, és az egyes évek évfolyamonkénti tíz legjobb tanulójának eredményeit is. A versenyre az általános iskolák 3 - 8. osztályos tanulói közül bárki jelentkezhet, aki kedveli a kicsit furfangos, gondolkodtató feladatokat, szeretné összemérni tudását a társaival.

Végh Gyula

SZÓMA

A könyv egy igen érdekes geometriai fejtörő játék leírását, valamint magát a játékot is tartalmazza. A játék egyszerű hét elemből álló változata eléggé közismert, melyet a szerző lépésenként, feladatokkal színesítve 38 eleműre bővít. A játék kibővített változatára nagyon sok meglepő, és „szép" feladatot tartalmaz a könyv, melyben külön fejezetben egy-egy lehetséges megoldást is közöl a kitűzött több mint 120 feladatra.

Ez az érdekes geometriai fejtörő játék közben észrevétlenül fejleszti nem csak a megfigyelő készséget és a kézügyességet, hanem a térbeli szemléletet és a kombinációs készséget is.

Dr. Hajnal Imre

Matematikai ismeretek
13-14 éveseknek

A könyv a 13-14 éves tanulók tanításához, tanulásához úgy kíván segítséget nyújtani, hogy a matematikai fogalmak kialakulását, értelmezését és a közöttük lévő kapcsolatokat állítja előtérbe. Rámutat, hogy az egyszerű, megszokott munkában is felismerhetünk érdekességeket, és ezekből hasznos új ismeretekhez juthatunk. A megfigyelések tudatos megfogalmazása, és a lényeg felismerése után következik az új ismeret tisztázása, értelmezése. Közben lehetőséget ad, példát mutat elvonatkoztatásra, absztrakcióra.

Dr. Hajnal Imre

Középiskolások kézikönyve
Matematikai fogalmak, tételek

A tankönyvben összefoglalva és rendszerezve található a középiskolai matematika elméleti tananyaga. Ezzel segítséget nyújt az érettségi vizsgára, főiskolai, egyetemi tanulmányokra készülőknek.

A 3., bővített kiadás Kombinatorika c. fejezetettel bővült.

Dr. Bonifert Domonkos

Néhány tipikus problémaszituáció
matematikából

Az olvasó olyan példatárat vehet a kezébe, amelyben a feladatok nem a megszokott témakörök, hanem megoldási eljárások szerinti csoportosításban találhatók. A fejezetcímek:

I. Függvények, egyenletek, egyenlőtlenségek
II. Bizonyítások
III. Szélsőérték-feladatok
IV. Van olyan? Számlálási technikák
V. Egyéb érdekességek

A kötet sajátossága, hogy ugyanazon probléma megoldását többféle módszerrel, más-más szintű megközelítésben, az ötletek sokaságának felhasználásával mutatja be. A feladatok tanulmányozása, feldolgozása tehetséges általános és középiskolai tanulók, valamint az őket tanító tanárok számára is hasznos lehet.

Katz Sándor

Matematika feladatsorok

A feladatgyűjtemény az algebrai, a trigonometrikus, az exponenciális valamint a logaritmikus egyenletek megoldásához nyújt szakmailag igényes válogatást, a tehetségesebb tanulók számára.

A könyv 18 fejezetben, 80 mintapéldát és 300 kitűzött feladatot tartalmaz. A feladatok túlnyomó része meghaladja a középiskolai feladatgyűjtemények megszokott szintjét, de a mintapéldák és a kitűzött feladatok megoldásának közlésével a könyv a középiskolások számára is jól követhető.

Végül álljon itt néhány gondolat a lektori véleményből: „A tankönyv szerkezete, tagolása, ábraanyaga, szemléltetése rendkívül jó benyomást kelt olvasójában, kedvet csinál a természet megismeréséhez. Ez nagyon fontos erénye a könyvnek. A tudnivalók leckékre tördelése helyett, nagyon helyesen, a jelenségek, gondolatkörök szerinti csoportosítást alkalmazzák a szerzők."