FÜGGVÉNYEK

Hozzárendelések

1469. A rendezett párok a következők lehetnek:
(2; 1) , (2; 2)
(4; 1) , (4; 2) , (4; 4)
(6; 1) , (6; 2) , (6; 3) , (6; 6)
(8; 1) , (8; 2) , (8; 4) , (8; 8)

a) A 2 az egyetlen olyan páros szám aminek pontosan két osztója van. Ezért a 2 az egyetlen páros prím.

b) A felhasznált egyjegyű páros számok közül a 6 és a 8 is négy osztóval rendelkezik.

c) A reláció nem függvény, hiszen egy számhoz több számot is rendelhetünk.

1470. $A = \{11; 13; 15; 17; 19\}$
Alkossunk rendezett (a; b) elempárokat, ahol b az a pozitív osztóinak a számát jelentse:
(11; 2) , (13; 2) , (15; 4) , (17; 2) , (19; 2)

a) A halmazból egyedül a 15 lesz összetett szám, azaz az összes többi prím. A 15-nek 4 pozitív osztója van.

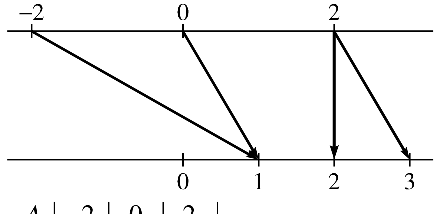
b) A megadott hozzárendelés függvény.

1471. *a)* A verseny végeredménye 24 féleképpen alakulhatott, hiszen az első helyre négy, a másodikra három, a harmadikra kettő, az utolsó helyre már csak egy lehetőség adódhat. Ezek szorzata adja a végeredményt.

b) Mivel Antal nem lett első, és Béla második lett, ezért az első helyen ketten végezhettek. A második Béla lett. A harmadik helyen szintén ketten végezhettek, az utolsó helyen így már csak egy lehetőség marad. A lehetséges sorrendek száma: $2 \cdot 2 = 4$.

1472. *a)* A relációk megadására használhatunk rendezett számpárokat, nyíldiagrammot, táblázatot vagy koordináta-rendszerben is ábrázolhatjuk az egymáshoz tartozó értékeket. Néhány példa:

1. (–2; 1) , (0; 2) , (2; 3)

2.


3.

A	–2	0	2
B	1	1	1

b) A lehetséges számpárok:
(–2; 1) , (–2; 2) , (–2; 3),
(0; 1) , (0; 2) , (0; 3)
(2; 3)

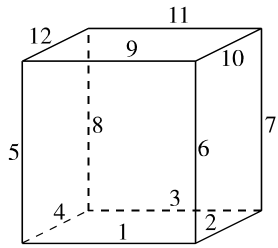
1473. Adjuk meg a hozzárendelés táblázatát:

x	1	2	3	4	5	6	7
$x-2$	-1	0	1	2	3	4	5

Mivel a $-1 \notin B$, ezért az 1-hez nem tudunk hozzárendelni egy értéket sem. Ezért a megadott hozzárendelés nem függvény.

1474. *a)* A hozzárendelés függvény lesz.
b) A hozzárendelések megadásánál arra kell ügyelnünk, hogy ha megadjuk a két alaphalmazt (A és B) és közöttük függvény kapcsolatot ($A \to B$) szeretnénk létesíteni, akkor A minden egyes eleméhez B-ből pontosan egy elemet rendelhetünk hozzá.
Pl.: $A = \{1; 2; 3\}$ $B = \{0; 1; 2; 3\}$
Ha minden $a \in A$-hoz hozzárendeljük $b \in B$-t úgy, hogy b az a pozitív osztóinak száma legyen, akkor függvényt kapunk.
Nem kapunk akkor függvényt, ha $a \in A$-hoz a pozitív osztóit rendeljük hozzá.

1475. A keletkező párok függnek attól, hogy a számokat milyen elrendezésben helyezzük a kocka éleire. Mi csak egy lehetőséget mutatunk be.



a) {1; 3; 9; 11} halmazból képezhető számpárok: 12 lehetőség.
{5; 6; 7; 8} halmazból képezhető számpárok: 12 lehetőség.
{2; 4: 10; 12} halmazból képezhető számpárok: 12 lehetőség.
Így összesen 36 számpár írható fel.
b) Minden csúcsban 3 él találkozik. Pl.: {1; 4; 5} halmazból 6 rendezett számpár írható fel: (1; 4) , (1; 5) , (4; 1) , (4; 5) , (5; 1) , (5; 4). Mivel 8 csúcs van így összesen 48 rendezett számpár írható fel.
c) Minden élhez 4 másik kitérő él tartozik. Pl. az 1-es élhez tartozó kitérő élek: 7; 8; 10; 12. Ezek meghatározzák a következő rendezett elempárokat: (1; 7) , (1; 8) , (1; 10) , (1; 12). 4 féle számpár. Ezt minden kiválasztott él esetén el tudjuk végezni, és mivel összesen 12 él van, ezért az össze rendezett szápár 48 féle lehet.
d) Mivel a kocka minden éle egyenlő hosszúságú, így az összes lehetséges módon felírhatjuk a számpárokat. Ezek száma: $12^2 = 144$ lesz. (Itt azok a számpárok is létrejönnek, amelyeknek mindkét eleme ugyanaz. Pl.: (1; 1) , (2; 2) ...)

1476. *a)* (6; 1) , (7; 1) , (7; 2) , (8; 1) , (8; 2) , (8; 3)
(9; 1) , (9; 2) , (9; 3) , (9; 4) .

b) A lehetséges számpárok:

(1; 1) ,	(1; 2) ,	...	(1; 9)	9 db
(2; 1) ,	(2; 2) ,	...	(2; 9)	9 db
(3; 1) ,	(3; 2) ,	...	(3; 9)	9 db
(4; 1) ,	(4; 2) ,	...	(4; 9)	9 db
	(5; 2) ,	...	(5; 9)	8 db
	(6; 3) ,	...	(5; 9)	7 db
	⋮			⋮
	(9; 6) ,	...	(5; 9)	4 db

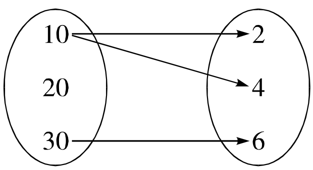
Összesen: 66 számpár.

c) Nem igaz, hiszen egyikben sem soroltunk fel például olyan eseteket, amikor $a - b = 4$.

1477. *a)* Az $A \to B$ típusú hozzárendelések megadásához először meghatározzuk az $(a; b)$ rendezett elempárok számát, ahol $a \in A$ és $b \in B$. Legyen ezek halmaza H.

H elemeinek száma: $3 \cdot 3 = 9$.

Minden hozzárendelés megfelel ezen H halmaz egy részhalmazának. Például:



hozzárendelés megfelel a {(10; 2), (10; 4), (30; 6)} részhalmaznak.

Ezek szerint a lehetséges hozzárendelések száma annyi ahány részhalmaza egy 9 elemű halmaznak van, azaz $2^9 = 512$.

(Itt figyelembe vettük azt az esetet,a mikor A egy eleméhez sem rendelünk hozzá a B halmazból elemet.)

b) Például: $f: A \to B; \quad x \mapsto \frac{x}{5}$.

1478. $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

a) $(a; b)$ létezik, ha b osztható a-val. Ezek a párok:

(1; 1) , (1; 2) , (1; 3) , (1; 4) , (1; 5) , (1; 6) , (1; 7) , (1; 8) , (1; 9)
(2; 2) , (2; 4) , (2; 6) , (2; 8)
(3; 3) , (3; 6) , (3; 9)
(4; 4) , (4; 8) .

18 rendezett számpár létezik

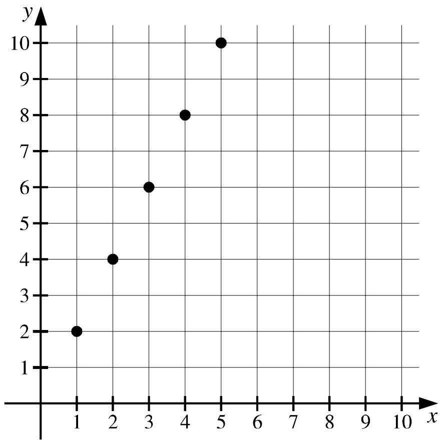
b) $(a; b)$ létezik, ha a többszöröse b-nek. Az *a)* részben felsorolt 18 számpárt kell felsorolni, csak fordított sorrendben.

Azok az elempárok teljesítik mindkét feltételt, amelyeknél $a = b$ teljesül. Ezek (1; 1) , (2; 2) , (3; 3) , (4; 4) . Vannak olyan elempárok amelyek nem szerepelnek a felsorolásban. Pl.: (2; 5) , (3; 7) stb.

1479. A megoldásokban csak egy lehetséges hozzárendelést adunk. Természetesen ettől eltérő helyes megoldások is léteznek.

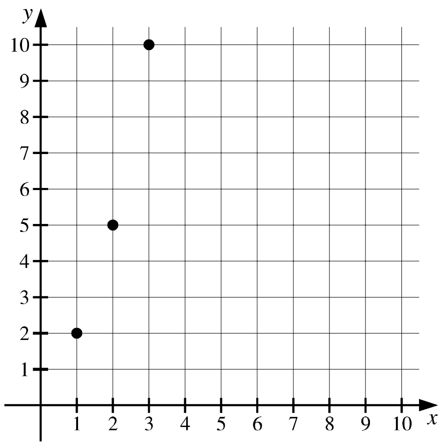
a) $A \to B;\quad x \mapsto 2x$

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20



b) $A \to B;\quad x \mapsto x^2 + 1$

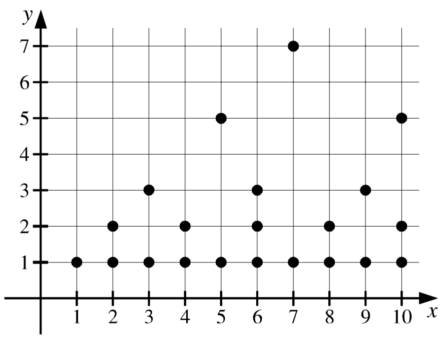
A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20



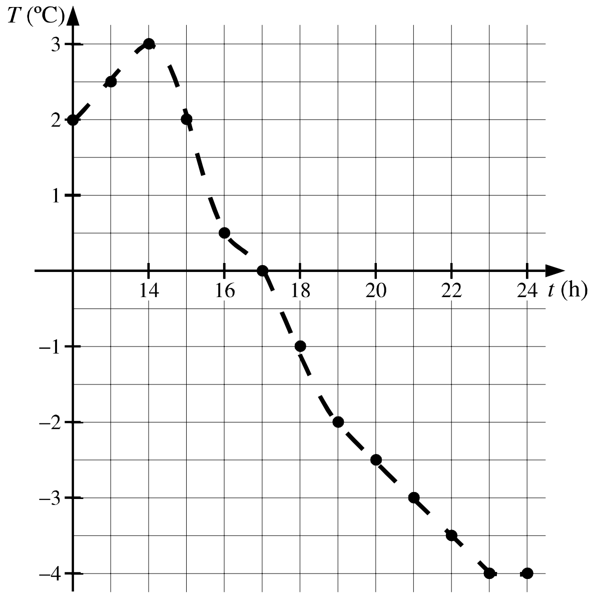
c) $A \to B;\quad x \mapsto x$ prímosztói és az 1.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	1	1 2	1 3	1 2	1 5	1 2 3	1 7	1 2	1 3	1 2 5

A megadott hozzárendelések közül a *c)* nem lesz függvény.



1480. *a)*



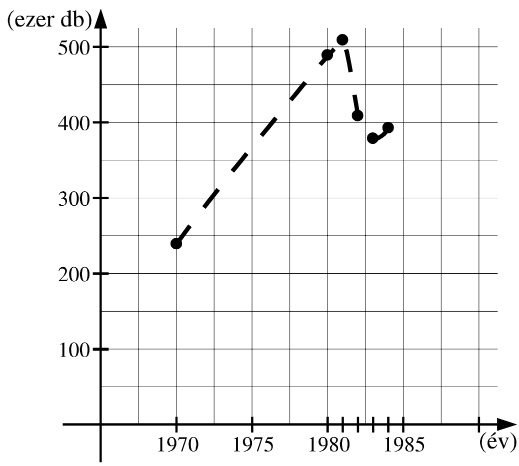
b) A legmagasabb hőmérsékletet 14 óra környékén 3 °C-nak mérték.
A legalacsonyabb hőmérséklet –4 °C 22 és 24 óra időpontok között volt mérhető.

c) Az átlaghőmérséklet:

$$T_{\text{átlag}} = \frac{2+2{,}5+3+2+0{,}5+0+(-1)+(-2)+(-2{,}5)+(-3)+(-3{,}5)+(-4)+(-4)}{13} \approx$$

$$\approx \underline{\underline{-0{,}77\ °\text{C}}}$$

1481. *a)*



A pontokat összekötve szemléltethető az évek során bekövetkező változások minősége.

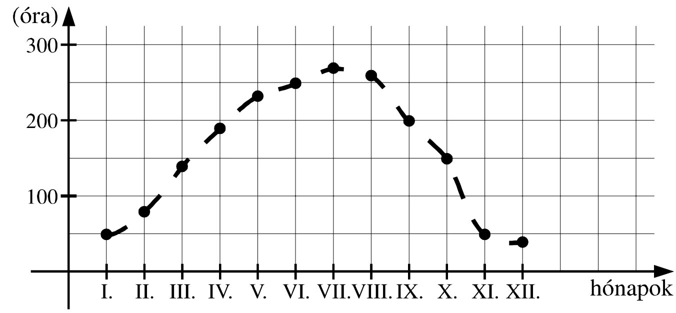
b) 1970-es év kezdetétől az 1984-es év végéig 15 év telik el. Mivel a 70-es években nem ismerünk adatokat, ezért itt az évtizedre kell az 1980 és 1970-ben adódó termelés különbségét venni. Így az évenkénti átlagos növekedés:

$$\frac{(499-242)+(504-499)+(412-504)+(377-412)+(387-377)}{15}=$$

$$=\frac{387-242}{15}=\frac{29}{3}\approx 9{,}\dot{6}$$

Ez azt jelenti, hogy az évenkénti átlagos növekedés közel 10 ezer db hűtőszekrény volt.

1482. *a)*



b) Az évenkénti átlagos napfénytartalom:

$$\frac{54+79+137+182+230+253+272+261+200+154+59+45}{12}=160{,}5.$$

1483. *a)* A gép a t_1 = 10 min, és t_2 = 22 min időpillanatban volt a legmagasabban (1000 m).

b) A repülés 32 percig tartott.

c) A legtovább az 500 m magasságon tartózkodott, 4 percen keresztül.

d)

0 – 6 perc:	folyamatosan emelkedett kb. 850 m magasságig.
6 – 8 perc:	kb. 850 m magasságban marad.
8 – 10 perc:	1000 m magasságba emelkedik.
10 – 12 perc:	500 m magasságra süllyed.
12 – 16 perc:	500 m magasságban marad.
16 – 22 perc:	500 m-ről 1000 m magasságra emelkedik.
22 – 32 perc:	1000 m-ről leszállásig süllyed.

1484. *a)* 300 m. *b)* 4 perc alatt. *c)* 2 percig.

d) Menet közben a percenként megtett útja: $\frac{300}{4}$ m = 75 m.

e) A percenként átlagosan megtett út: $\frac{600}{10}$ m = 60 m.

1485. Az egymáshoz tartozó értékeket foglaljuk táblázatba:

a)

Magasság (km)	2 km	6 km	8 km	felszínen
Hőmérséklet (°C)	–3 °C	–23 °C	–39 °C	6 °C

b)

Hőmérséklet (°C)	5 °C	0 °C	–25 °C	–40 °C
Magasság (km)	0,1 km	1,6 km	6,3 km	8,1 km

(A leolvasott értékek természetesen csak jó közelítésnek vehetők.)

1486. Többféle kapcsolat is létezik. Mi mindegyik esetben mutatunk egy lehetőséget.

a) Ha $a \in A$ $b \in B$, akkor észrevehető pl. hogy

$a + b = 90°$.
A megfeleltetés:

$a \mapsto 90° - a$.

A	B
38°	52°
29°	61°
45°	**45°**
19°	71°

b) Ha $a \in A$; $b \in B$ és $c \in C$, akkor $a + b + c = 180°$.

Ezt felhasználva kitölthető a táblázat. Az utolsó oszlopba tetszőleges érték helyettesíthető.

A	B	C
25°	90°	65°
84°	85°	11°
60°	60°	**60°**
30°	30°	**120°**
a	54°	$126°-a$

c) Ha $a \in A$ és $b \in B$, akkor $a \cdot 60 = b$, ezért:

$a \mapsto 60 \cdot a$

A	B
3	180
7	420
2	**120**
2	120
$\mathbf{\frac{1}{2}}$	30

1487. A gép szabályára egy lehetséges megoldás:

a) $2 \cdot \bigcirc + 2 \cdot \triangle = \square$

$\bigcirc$	$\triangle$	$\square$
4	5	18
6	2	16
7	3	**20**
5	**5**	20
10	6	32
x	$\frac{32-2x}{2}$	32

b) $2 \cdot \bigcirc + \triangle = \square$

$\bigcirc$	$\triangle$	$\square$
4	5	13
6	2	14
7	3	**17**
2	5	9
9	**3**	21
x	$21-2x$	21

x helyére tetszőleges szám írható.

1488. Egy lehetséges megfeleltetés:
$y = x$ tizedestört alakja

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
y	0,5	0,4	0,3	0,6	1,2	1,6	0,25	0,125

1489. Egy-egy lehetséges szabály lehet a következő:

a) $2(a + b) = c$ *b)* $4a = b$ *c)* $2(a + b) + c = d$

a	b	c
6	8	28
5	12	34
3	9	**24**
8	**12**	40
5	10	30
x	$\mathbf{\frac{60-2x}{2}}$	60

a	b
5	20
3	12
8	**32**
14	**56**
14	56

a	b	c	d
5	4	3	21
7	8	2	32
1	4	3	**13**
7	**19**	5	57
12	4	6	38
9	10	**1**	39

d) $2x = y$

x	y
1,2	2,4
1,5	3,0
5,1	10,2
2,8	**5,6**
3,2	6,4
12,3	**24,6**
12,7	25,4

e) $10x + 1 = y$

x	y
1,1	12
1,5	16
3,44	35,4
4,0	41
9,02	**91,2**
1,2	13
0,8	9

f) $\frac{x}{10} = y$

x	y
3,6	0,36
7,2	0,72
11	1,1
15,4	**1,54**
5	0,5
1	**0,1**
1,03	10,3

1490. Néhány megfelelő pont: $P_1(1;\,3)$; $P_2(2;\,4)$; $P_3(5;\,7)$

x	1	2	3	4	5	6
y	3	4	5	6	7	8

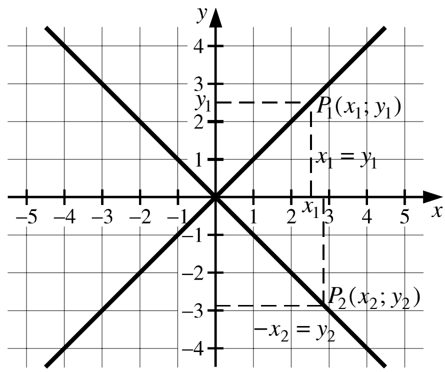
A hozzárendelés szabálya: $x \mapsto x + 2$.

1491. Minden olyan $P(x;\,y)$ pont megfelelő, ahol $x = y$.
Pl.: $P_1(1;\,1)$; $P_2(7;\,7)$; $P_3(100;\,100)$ ...

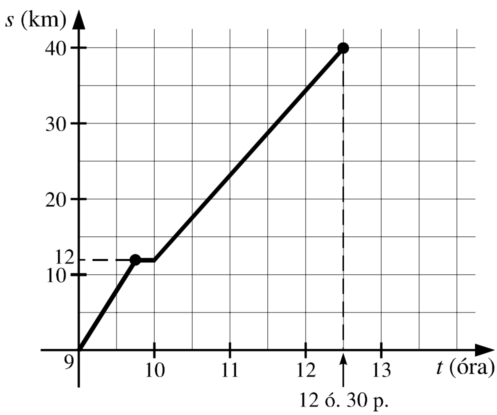
x	1	2	3	4
y	1	2	3	4

A hozzárendelés szabálya: $x \mapsto x$.

1492. Az ábráról leolvasható, hogy minden olyan pont megfelelő, amelyre vagy $x = y$, vagy $-x = y$ teljesül.
Ezek a pontok a koordináta-rendszer tengelyei által bezárt szöget megfelező egyenesre illeszkednek.



1493. Az $\frac{1}{10}$ részét azaz 4 km-t. $t = \dfrac{4\text{ km}}{20\ \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \dfrac{1}{5}$ h alatt teszi meg. *B* faluba 12 óra 30 perckor érkezik meg.



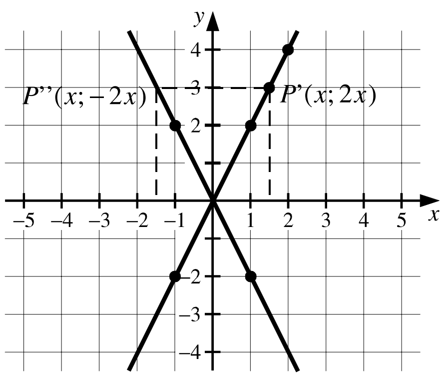
1494. Az első táblázat hozzárendelési szabálya: $y = x$ vagy $x \mapsto x$.

x	5	-2	$-\frac{1}{2}$	0	-3	2	1
y	5	-2	$-\frac{1}{2}$	0	-3	2	1

A második táblázat egy lehetséges hozzárendelési szabálya: $x \mapsto x + 3$, ha $x \geqq 0$, és $x \mapsto x - 3$, ha $x < 0$.

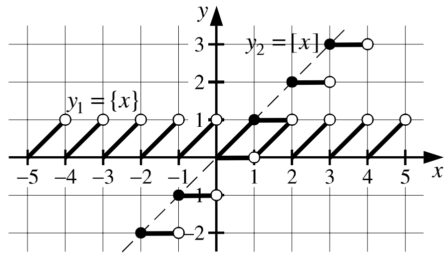
x	2	-1	3	**0**	-2	**-1**	**-22**
y	5	-2	**6**	**3**	**-5**	-4	-25

1495. Néhány megfelelő pont: $P_1(2; 4)$, $P_2(6; 12)$, $P_3(-2; -4)$, $P_4(-2; 4)$, $P_5(3; -6)$, $P_6(6; -12)$. Ezek a koordináta-rendszerben olyan egyenesen helyezkednek el amelyik illeszkedik az origóra. A hozzárendelési szabály: $x \mapsto 2x$ vagy $x \mapsto -2x$.



1496. *a)*

x	$-2{,}3$	$-1{,}9$	$-1{,}5$	-1	$-0{,}2$	0	0,8	1,6	2	2,7
y_1	0,7	0,1	0,5	0	0,8	0	0,8	0,6	0	0,7
y_2	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	1	2	2



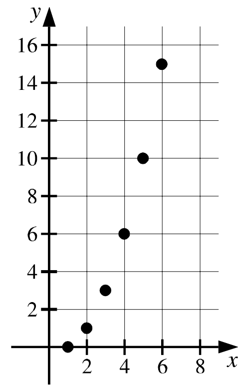
b) A két függvény alapján az $y_1 + y_2$ grafikonja is megszerkeszthető! A függvények definíciója alapján is nyilvánvaló, hogy $y = y_1 + y_2 = \{x\} + [x] = x$.

1497. *a)* A táblázat a helységek és köztük felvehető utak összeszámlálása alapján kitölthető:

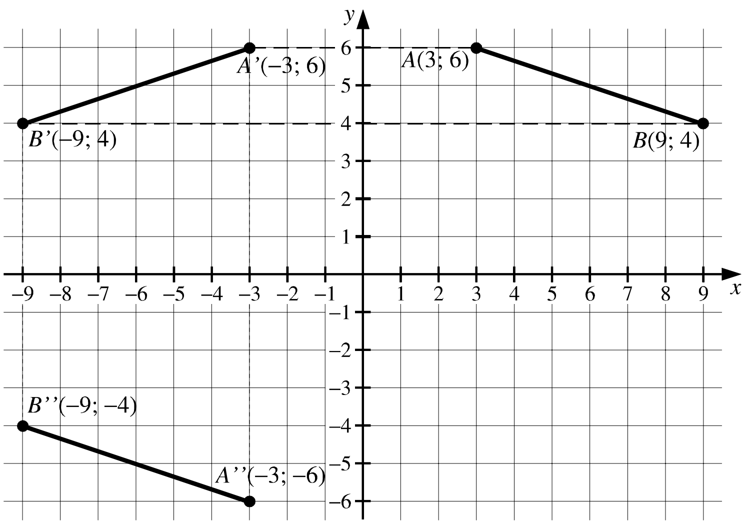
x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	1	3	6	10	15	21	28

Minden helységből $x - 1$ út indul ki, és mivel minden útnak két vége van, ezért az összes út száma: $y = \dfrac{x(x-1)}{2}$.

b)



1498.

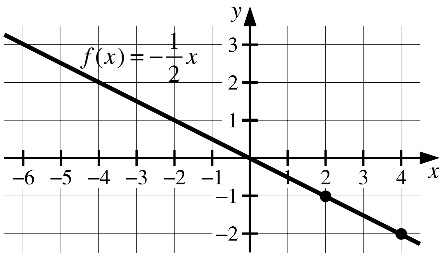


Az origóra vonatkozó tükrözés szintén az $A''B''$ szakaszt határozná meg.

1499. A megfelelő értékpárokat foglaljuk táblázatban!

x	-3	1	4
$2x$	-6	2	8
$\frac{2x}{x+1}$	3	1	$\frac{8}{5}$
$-\frac{1}{2}(x+2)-2$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{2}$	-5
$\lvert x+1\rvert-\lvert x-1\rvert$	-2	2	2

1500. *a)*

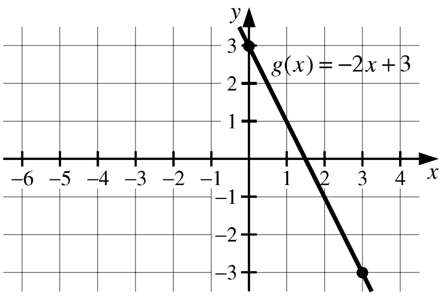


$A_1\left(\frac{1}{5};-\frac{1}{10}\right)$

$A_2(0;0)$

$A_3(14;-7)$

b)

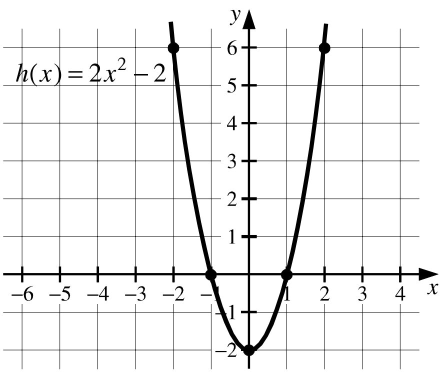


$B_1(7;11)$

$B_2\left(\frac{5}{2};-2\right)$

$B_3\left(\frac{299}{200};\frac{1}{100}\right)$

c)



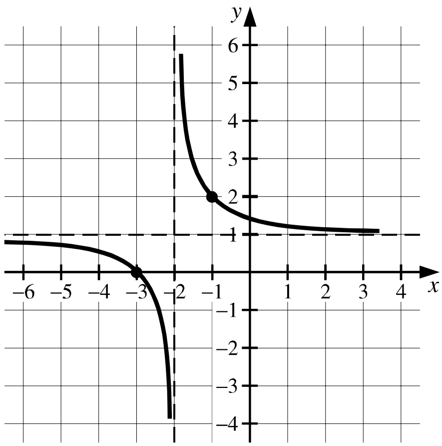
$C_1(-1;0)$

$C_2\left(\sqrt{\frac{1}{2}};-1\right)$ vagy $C_2\left(-\sqrt{\frac{1}{2}};-1\right)$

$C_3\left(\sqrt{51};100\right)$ vagy $C_3\left(-\sqrt{51};100\right)$

d)

$D_1\left(10;\frac{13}{12}\right)$



$D_2\left(-\frac{7}{3}; -2\right)$

$D_3(-2; -)$

$x = -2$ estén a függvény nincs értelmezve!

1501. *a)* Az $A(2; 3)$ pont a grafikon egy pontja, ezért:

$f(2) = 3$, de $f(2) = a \cdot 2$

$2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$.

b) A két pont alapján felírható a következő egyenletrendszer:

$$4 = a \cdot 2 + b$$
$$40 = a \cdot (-2) + b$$

Ezt megoldva $a = 1$ és $b = 2$ adódik.

c) A két pont alapján:

$$5 = a^2 \cdot (-1) + b$$
$$13 = a^2 \cdot 3 + b$$

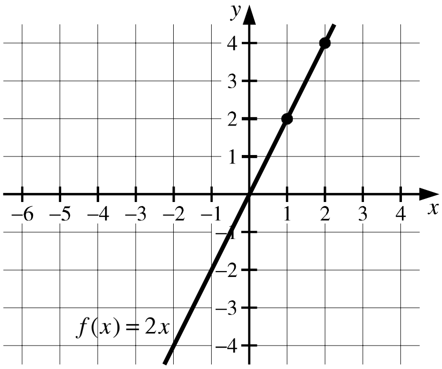
Ez alapján $a_1 = \sqrt{2}$ és $b = 7$; vagy $a_2 = -\sqrt{2}$ és $b = 7$ adódik.

1502. *a)* A táblázat alapján bármely $x_1 \neq 0$ és $x_2 \neq 0$ értéket is választunk ki, teljesül a következő:

$$x_1 : x_2 = f(x_1) : f(x_2)$$

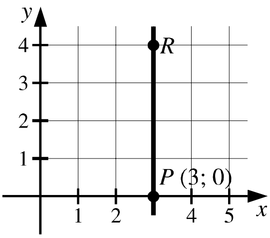
b) $f(x) = 2x$

c)



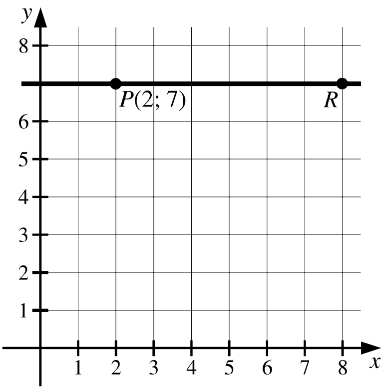
1503. Az x tengelyre illeszkedő pontok második koordinátája (ordinátája) 0: Pl. (1; 0). Az y tengelyre illeszkedő pontok első koordinátája (abszcisszája) 0: Pl. (0; 2).

1504.



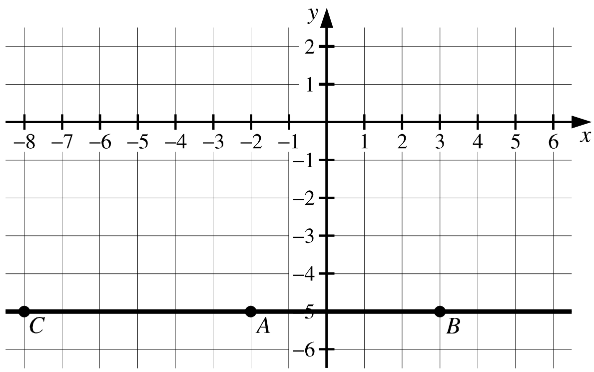
Bármely megadott pont abszcisszája: 3. Pl.: $R(3; 4)$.

1505.

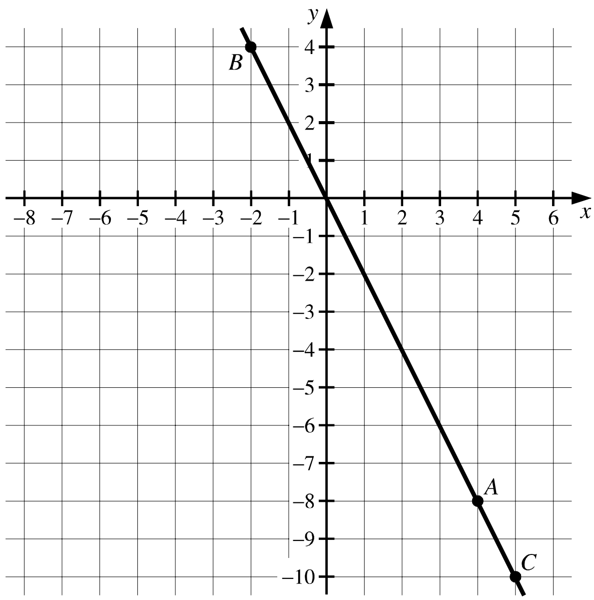


Bármely megadott pont ordinátája: 7. Pl.: $R(8; 7)$. Az egyenes az ordináta-tengelyt a $Q(0; 7)$ pontban metszi.

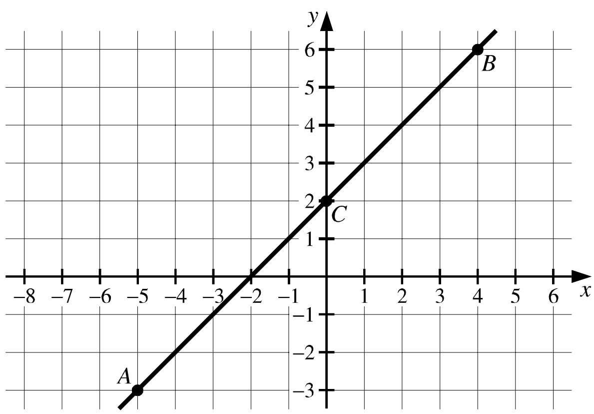
1506. *a)* Ebben az esetben a három pont egy egyenesre esik, azaz nem határoz meg háromszöget. Az egyenesre illeszkedő minden pontra igaz, hogy $y = -5$.



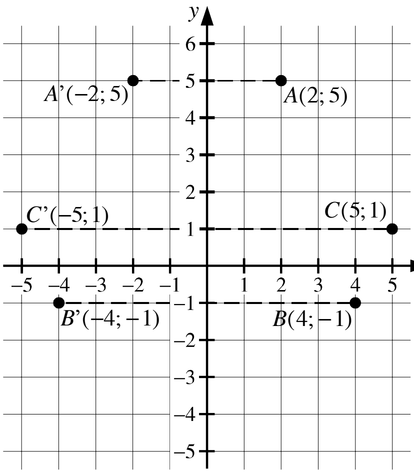
b) A három pont nem határoz meg háromszöget, hanem mindhárom egy origón áthaladó egyenesre illeszkedik. Az egyenes minden egyes $P(x; y)$ pontjára teljesül, hogy $y = -2x$.



c) A három pont ebben az esetben egy olyan egyenesre illeszkedik, amelynek $P(x; y)$ pontjaira teljesül, hogy $y = x + 2$.

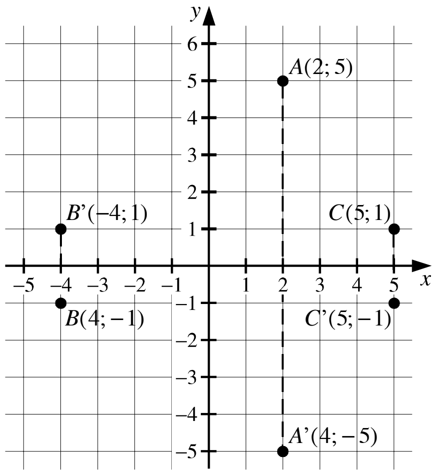


1507. *a)* Ha a tükrözés tengelye az ordinátatengely:



Általában: $P(x; y)$ ordinátatengelyre vonatkozó tükörképe: $P'(-x; y)$.

b) Ha a tükrözés tengelye az abszcisszatengely:



Általában: $P(x; y)$ abszcisszatatengelyre vonatkozó tükörképe: $P'(x; -y)$.

Ha az origóra tükrözünk, akkor a $P(x; y)$ pont tükörképe: $P'(-x; -y)$.
A feladat esetében: $A(2; 5) \rightarrow A'(-2; -5)$; $B(-4; 1) \rightarrow B'(4; -1)$ valamint $C(5; 1) \rightarrow B'(-5; -1)$.

1508. *a)* A két pont ordinátája egyenlő. Pl.: $P_1(3; 7)$, $P_2(10; 7)$.

b) A két pont abszcisszája egyenlő. Pl.: $P_1(3; 7)$, $P_2(3; 10)$.

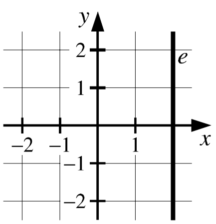
c) A két pont ordinátája egymásnak ellentettje. Pl.: $P_1(3; 7)$, $P_2(3; -7)$.

d) A megfelelő koordináták egymás ellentettjei. Pl.: $P_1(3; 7)$, $P_2(-3; -7)$.

1509. A megfelelő pontok:

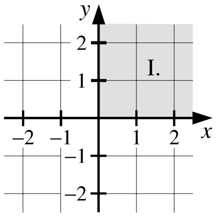
a) az x tengelyre illeszkednek;

b)



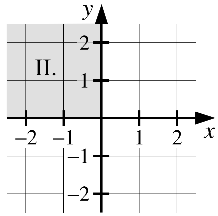
$x = 2$ az e egyenes minden pontjára teljesül.

c)



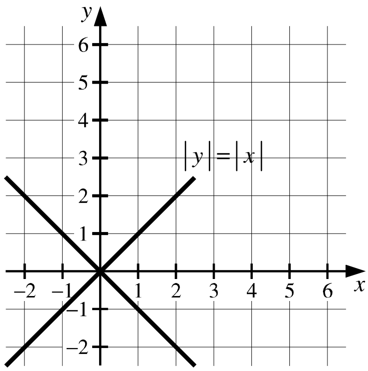
A megfelelő pontok az I. síknegyed pontjai a határoló egyeneseket kivéve.

d)

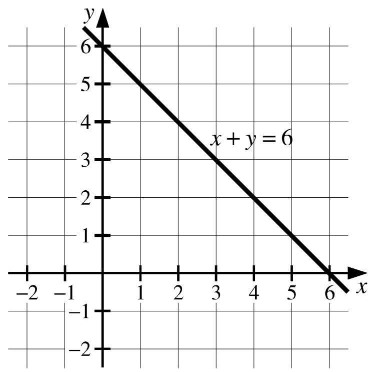


A megfelelő pontok a II. síknegyed pontjai a határoló egyeneseket kivéve.

e)

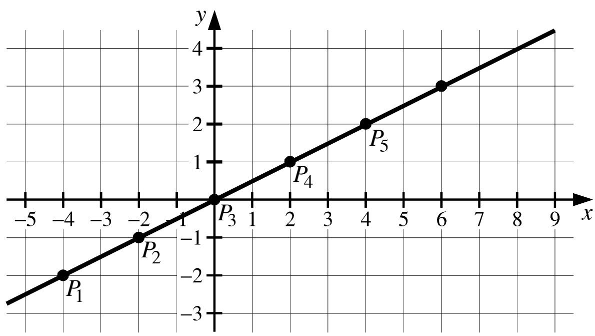


f)

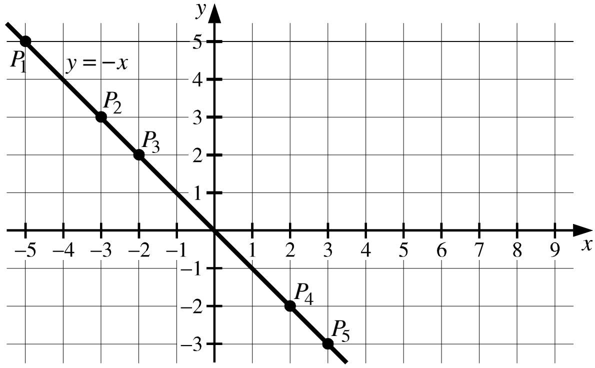


1510. *a)* $P(x;\ y)$ pontokat keressük, ahol $x = 2y$.

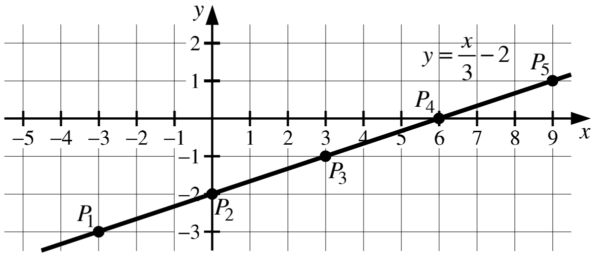
Pl.: $P_1(-4; -2)$,
$P_2(-2; -1)$,
$P_3(0; 0)$,
$P_4(2; 1)$,
$P_5(4; 2)$



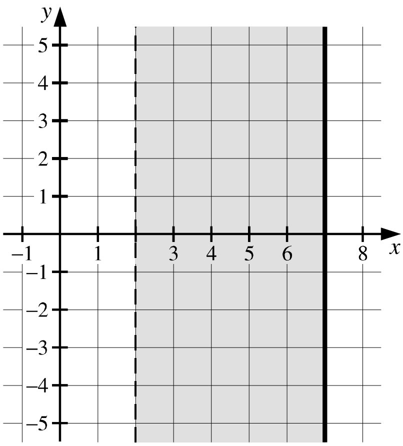
b) Pl.: $P_1(-5; -5)$,
$P_2(-3; 3)$,
$P_3(-2; 2)$,
$P_4(2; -2)$,
$P_5(3; -3)$



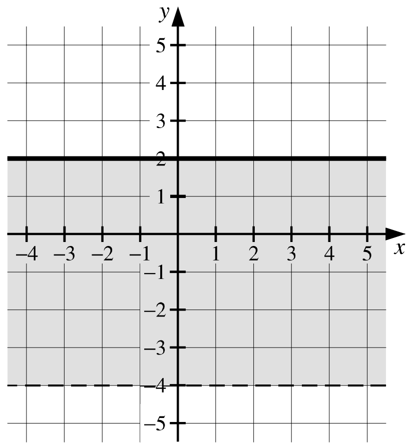
c) Pl.: $P_1(-3; -3)$,
$P_2(0; -2)$,
$P_3(3; -1)$,
$P_4(6; 0)$,
$P_5(9; 1)$



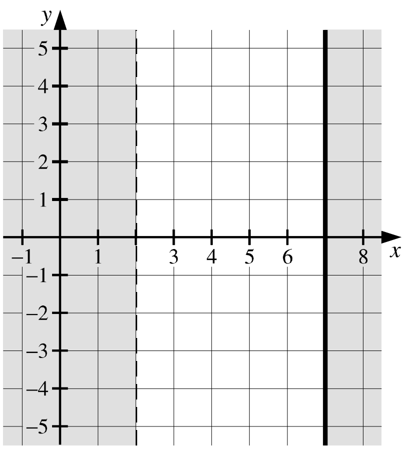
1511. *a)*



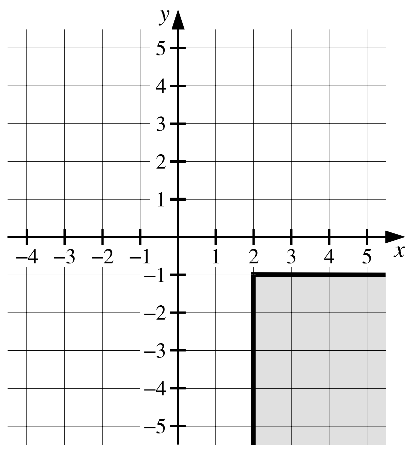
b)



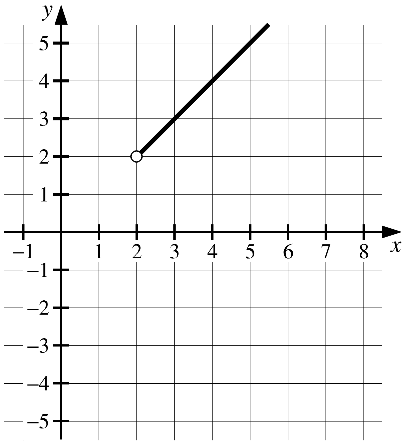
c)



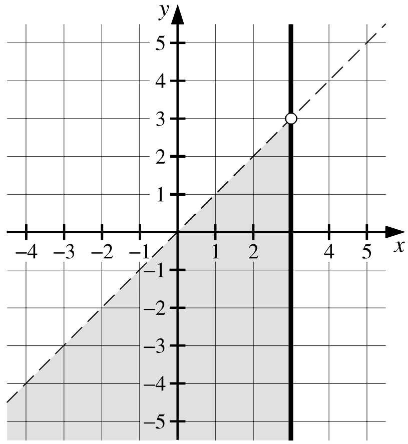
d)



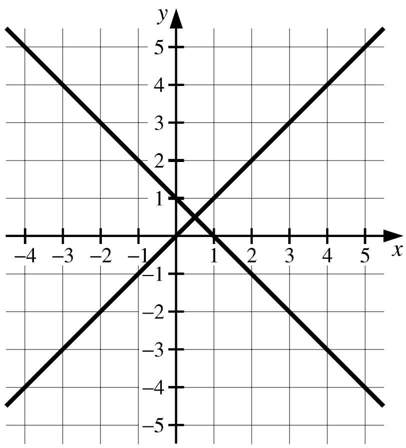
e)



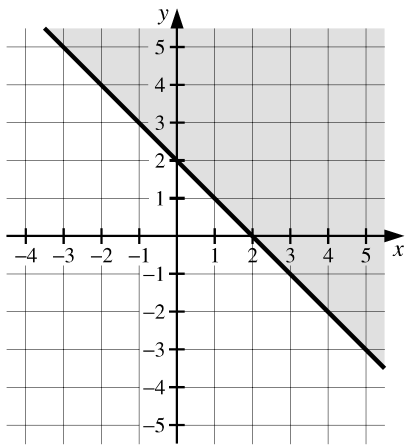
f)



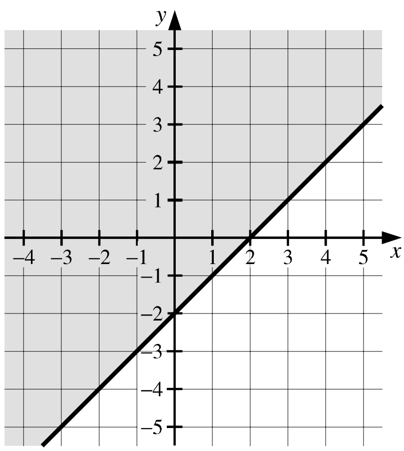
1512. *a)*



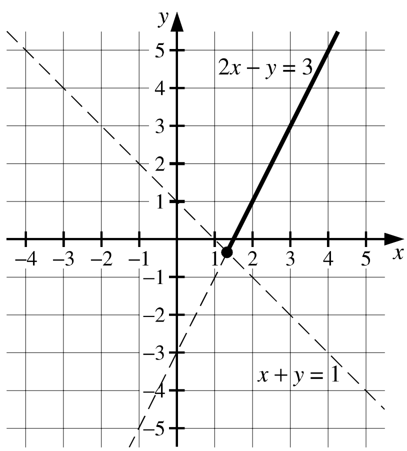
b)



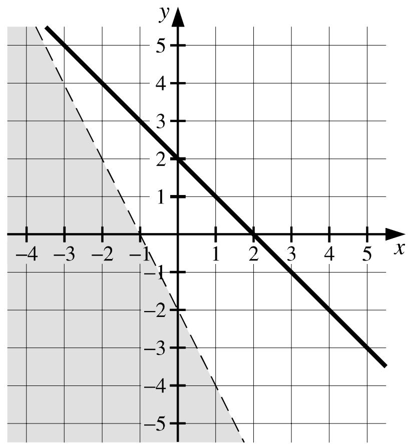
c)



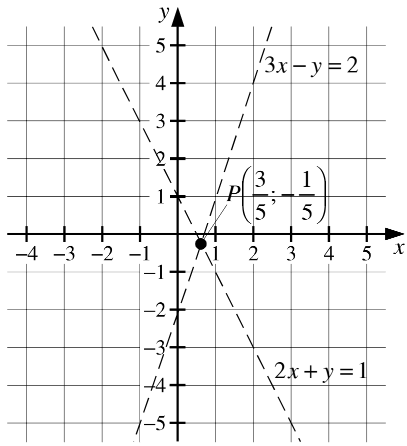
d)



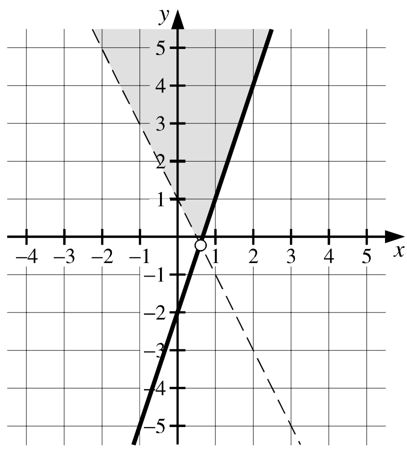
e)



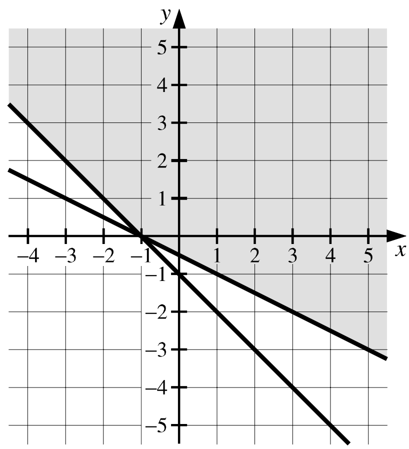
f)



g)



h)



1513. Az ábrán látható ponthalmazok egy lehetséges megadása a következő:

a) $x < 2$

b) $x < 2$ és $y \leqq 1$

c) $y + x < 0$ ha $x < 0$
$y + x > 0$ ha $x > 0$
$y = 0$ ha $x = 0$

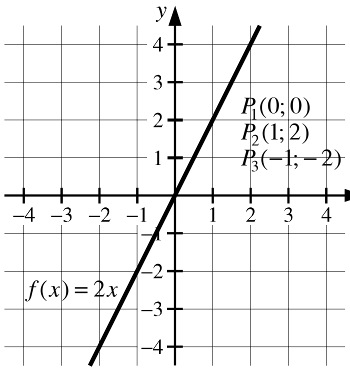
d) $|y| + |x| = 2$

e) $y \leqq x + 1$ és $x < 0$ és $y > 0$.

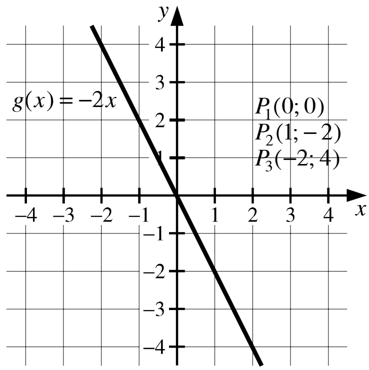
f) $y \leqq x + 2$ és $y < x$ és $y \geqq 1$.

Arányosságok

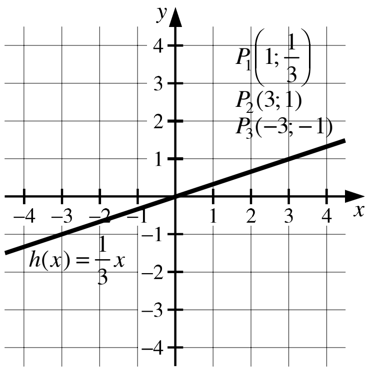
1514. *a)*



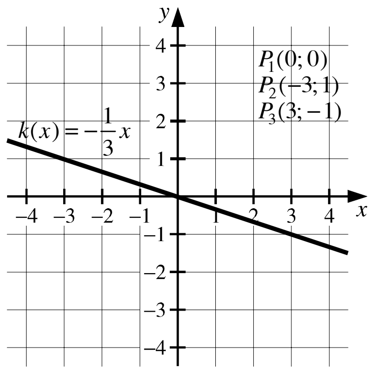
b)



c)



d)



1515. Mivel $f(x)$ egyenes arányosság, ezért felírható $f(x) = ax$ alakban, ahol a az arányossági tényező. Ezt felhasználva az a értéke meghatározható.

a) $-1 = a \cdot (-2)$

$$a = \frac{1}{2}$$

Az egyenes arányosság szabálya így: $f(x) = \dfrac{1}{2}x$.

b) $6 = a \cdot 3$

$a = 2 \qquad \Rightarrow \qquad f(x) = 2x.$

c) $7 = a \cdot (-2)$

$a = -\dfrac{7}{2} \qquad \Rightarrow \qquad f(x) = -\dfrac{7}{2}x.$

1516. *a)* $3 = \dfrac{2}{3} \cdot \square \qquad \square = \dfrac{9}{2} \qquad A\left(\dfrac{9}{2}; 3\right)$

b) $\square = \dfrac{2}{3} \cdot (-2) \qquad \square = -\dfrac{4}{3} \qquad B\left(-2; -\dfrac{4}{3}\right)$

c) $\square = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$ $\square = -\frac{4}{9}$ $C\left(-\frac{2}{3}; -\frac{4}{9}\right)$

d) $-\frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \square$ $\square = -\frac{15}{4}$ $D\left(-\frac{15}{4}; -\frac{5}{7}\right)$

1517. A megadott pontok közül a $C(-2; 1)$ illeszkedik az egyenes arányosság grafikonjára, hiszen

$$1 = -\frac{1}{2} \cdot (-2).$$

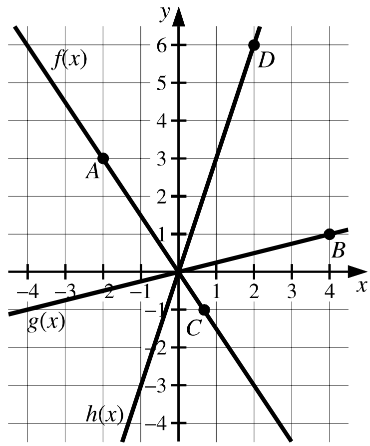
1518. *a)* Az A és C pontok ugyanannak az $f(x) = -\frac{3}{2}x$ egyenes arányosságnak a grafikonjára illeszkednek.

b) A B által meghatározott egyenes arányosság:

$$g(x) = \frac{1}{4}x$$

A D pont által meghatározott egyenes arányosság:

$$h(x) = 3x.$$



1519. Az egyik pontnak válasszuk az origót: $O(0; 0)$, hiszen ez bármelyik egyenes arányosság grafikonjára illeszkedik, a másik pont ezek után bármelyik pont lehet, csak ne illeszkedjék egyik koordináta-tengelyre sem.

1520. Az *a)* és *d)* grafikon határoz meg egyenes arányosságot. Ezek hozzárendelési szabályai:

a) $f(x) = \frac{3}{5}x$ *b)* $g(x) = -x$

1521. Legyen a nagyobbik szám: x.

$$\frac{12}{x} = \frac{2}{3}$$
$$x = 18$$

1522. Az arány alapján jelöljük a két számot $3x$-szel és $5x$-szel.

$$3x + 5x = 48$$
$$x = 6$$

A keresett két szám: a 18 és a 30.

1523. Alakítsuk át a törtkifejezést az alábbi módon:

$$\frac{2x+y}{2y} = \frac{2\frac{x}{y}+1}{2} = \frac{2\cdot\frac{3}{4}+1}{2} = \frac{5}{4}.$$

1524. Az első hónapban összegyűjtött pénz legyen $2x$, a másodikban $5x$.

$$2x + 5x = 280$$
$$x = 40$$

Az első hónapban 80 forintot a másodikban 200 forintot spórolt.

1525. Legyen a téglalap két oldala a és b, a kerülete k. Mivel $a = \frac{5}{28}k$ ezért a másik b oldal:

$$b = \frac{k}{2} - a = \frac{1}{2}k - \frac{5}{28}k = \frac{9}{28}k.$$

a) $\dfrac{\frac{1}{2}k}{\frac{5}{28}k} = \dfrac{14}{5}$ *b)* $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\frac{5}{28}k}{\frac{9}{28}k} = \dfrac{5}{9}$ *c)* $a = b - 16$

A *b)*-ben kapott eredmény alapján legyen $a = 5x$ és $b = 9x$.

$$5x = 9x - 16$$
$$x = 4$$

A téglalap két oldla: $a = 20$ m és $b = 36$ m.
A téglalap területe: $a \cdot b = 20\text{ m} \cdot 36\text{ m} = 720\text{ m}^2$.

1526. 200-at.

1527. A nyers kávé és a pörkölt kávé mennyisége egyenesen arányos mennyiségek, ezért ha a keresett nyers kávé mennyisége x:

$$\frac{x}{60} = \frac{6}{5}$$
$$x = 72$$

72 kg nyers kávéból.

1528. A keresett idő legyen x óra. A munkások száma és a munkaidó fordított arányosságban állnak.

$$6 \cdot 8 = 3x$$
$$x = 16$$

16 óra alatt végez a 3 munkás.

1529. Mivel $s = v \cdot t$, ezért rögzített út esetén a sebesség és az út megtételéhez szükséges idő fordítottan arányosak. A keresett idő legyen t.

$$40 \cdot 2 = 60 \cdot t$$
$$t = \frac{4}{3}$$

A menetidő $\frac{4}{3}$ óra lesz.

1530. Jelölje a szükséges festék tömegét: x. A felhasznált festék tömege a kocka felszínével egyensen arányos.

Az eredeti kocka felszíne $A_1 = 6a^2$, ahol a a kocka élhossza.

A megnövelt kocka felszíne $A_2 = 6(2a)^2 = 24a^2 = 4A_1$.

$$\frac{x}{4A_1} = \frac{1}{A_1}$$
$$x = 4$$

4 kg festékre van szükségünk.

1531. A tömeg és a térfogat egyenesen arányosak. Ha a keresett térfogatot x-szel jelöljük, akkor

$$\frac{x}{26} = \frac{2}{5{,}2}$$
$$x = 10$$

A darab térfogata: 10 cm^3.

1532. A szükséges idő: x, a munkások számával és a naponta végzett munkaórák számával fordítottan arányos.

$$x \cdot 2 \cdot 8 = 2 \cdot 4 \cdot 4$$
$$x = 2$$

2 nap alatt végeznek.

1533. A keresett idő legyen x. Ez a csapok számával fordítottan, a szükséges vízmennyiséggel egyenesen arányos.

$$\frac{x \cdot 6}{1200} = \frac{2 \cdot 4}{600}$$
$$x = 2\frac{2}{3}$$

$2\frac{2}{3}$ óra alatt gyűjthetünk össze 1200 liter vizet.

1534. Az elkészülő anyag hossza x. Ez a gyapjú mennyiségével egyenesen, az anyag szélességével fordítottan arányos.

$$\frac{x \cdot 0{,}5}{20} = \frac{40 \cdot 1}{10}$$
$$x = 160$$

160 méter hosszú anyag készül.

1535. A napok száma legyen x. Ez a gépkocsik és a napi fuvarok számával fordítottan, az áru tömegével egyenesen arányos.

$$\frac{x \cdot 10 \cdot 10}{15\,000} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 8}{1500}$$
$$x = 32$$

32 nap alatt végzik el a szállítást.

1536. Jelöljük a három számot így: $2x$; $3x$; $4x$.

$$2x + 3x + 4x = 180$$
$$x = 20$$

A három szám: 40; 60; 80.

1537. A festék tizedrésze, azaz 5 g szükséges.

1538. Legyen két háromszög két magassága m_1 és m_2.
Mivel a területek egyenlők, ezért:

$$6 \cdot m_1 = 4 \cdot m_2$$
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$$

1539. Egy gép egy nap alatt a munka $\frac{1}{6 \cdot 12} = \frac{1}{72}$ részét végzi el. Ha a munkanapok száma x, akkor

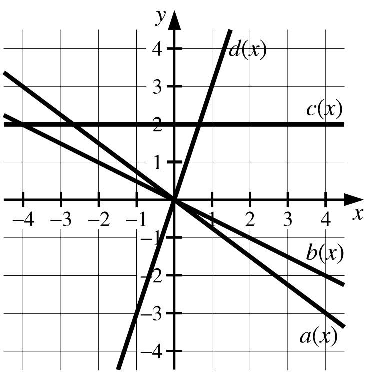
$$\underbrace{4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{72}}_{\text{az első 4 nap}} + (x-4) \cdot 8 \cdot \frac{1}{72} = 1$$
$$x = 11$$

11 nap alatt végzik el a munkát.

1540. *a)* 12 nap alatt *b)* 12 nap alatt *c)* 48 nap alatt.

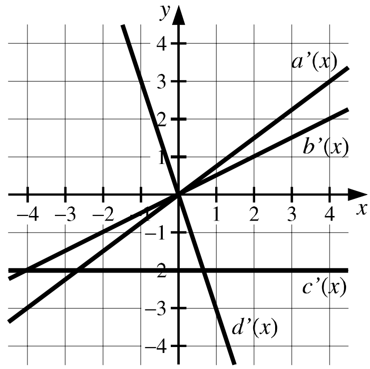
Lineáris függvények

1541.



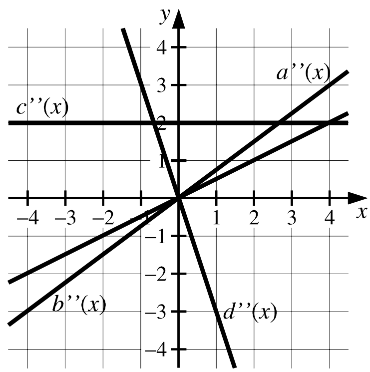
a) Az x tengelyre való tükrözés után a következő függvények adódnak.

$$a'(x) = \frac{3}{4}x$$
$$b'(x) = \frac{1}{2}x$$
$$c'(x) = -2$$
$$d'(x) = -3x$$



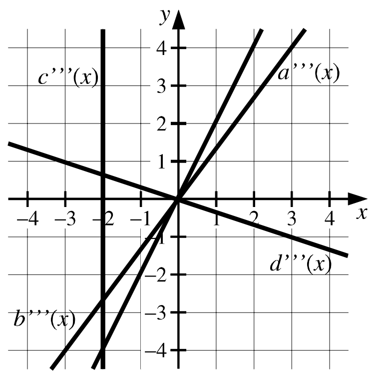
b) Az y tengelyre való tükrözés után a következő függvények adódnak.

$$a''(x) = \frac{3}{4}x$$
$$b''(x) = \frac{1}{2}x$$
$$c''(x) = 2$$
$$d''(x) = -3x$$

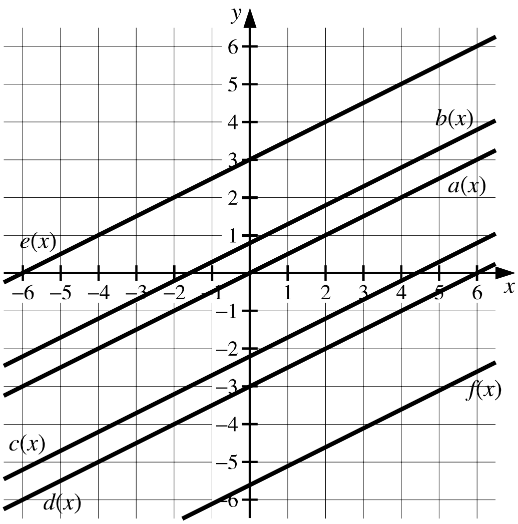


c) Az origó körüli 90º-os forgatás után a következő függvényeket kapjuk:

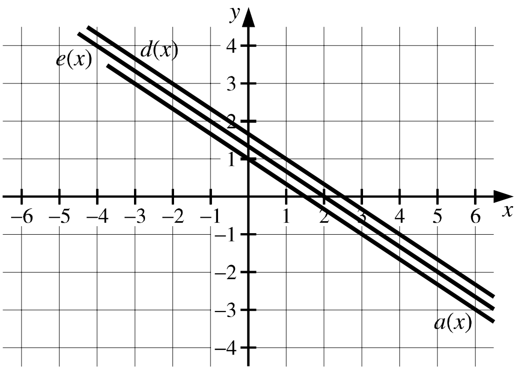
$$a'''(x) = \frac{4}{3}x$$
$$b'''(x) = 2x$$
$c'''(x)$ – nem lesz függvény
$$d'''(x) = -\frac{1}{3}x$$

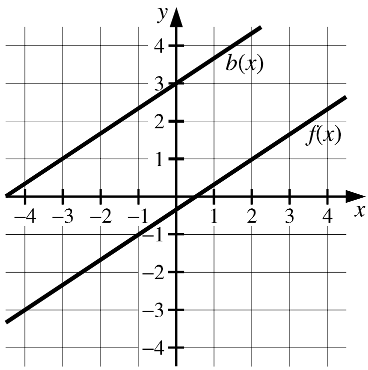


1542.



1543.





$$a(x) = -\frac{2}{3}x + 1$$

$$d(x) = \frac{2}{3}(1 - x) + 1$$

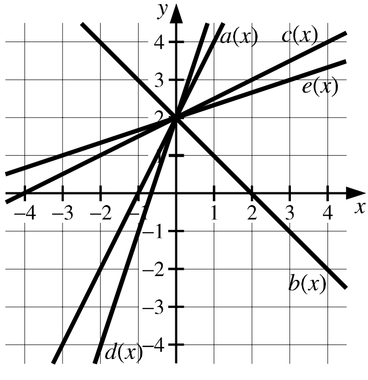
$$e(x) = 2\left(-\frac{x+1}{3} + 1\right)$$

$$b(x) = \frac{2}{3}x + 3$$

$$f(x) = \frac{1}{3}(x - 1) + \frac{x}{3}$$

1544. Mindegyik grafikon az y tengelyt az $y = 2$ pontban metszi.
Az egyes függvények a következő helyeken metszik az x tengelyt:

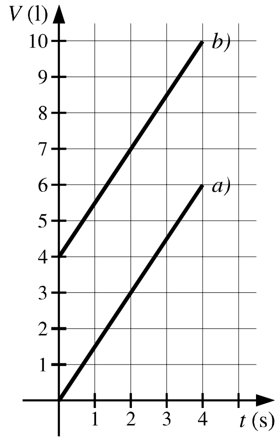
$a(x)$:	$2x + 2 = 0$	$x = -1$
$b(x)$:	$-x + 2 = 0$	$x = 2$
$c(x)$:	$\frac{1}{2}(x + 4) = 0$	$x = -4$
$d(x)$:	$3(x + 1) - 1 = 0$	$x = -\frac{2}{3}$
$e(x)$:	$\frac{x+2}{3} + \frac{4}{3} = 0$	$x = -6$



1545. A függvények grafikonjai a következő értékeknél metszik a tengelyeket:

	y tengely	x tengely
$a(x)$:	$y = -6$	$x = 2$
$b(x)$:	$y = 0$	$x = 0$
$c(x)$:	$y = 1$	$x = 2$
$d(x)$:	$y = -1$	$x = \dfrac{1}{100}$
$e(x)$:	$y = -7\dfrac{1}{2}$	$x = -15$

1546. Jelölje t az időt V a tartályban levő víz mennyiségét.



a)

t (s)	1	2	3	4
V (l)	1,5	3	4,5	6

A közöttük levő függvénykapcsolat: $V = 1{,}5t$.
$V = 1000$ l térfogathoz szükséges idő:

$$1000 = 1{,}5 \cdot t$$
$$t = 666\frac{2}{3}\ \text{s}$$

b) Ha a tartály kezdetben 4 l vizet tartalmaz:

t (s)	1	2	3	4
V (l)	5,5	7	8,5	10

$V = 4 + 1{,}5t$
$V = 1000$ l esetén:

$$1000 = 4 + 1{,}5 \cdot t$$
$$t = 664$$

1547. Az egyes időpontokhoz tartozó térfogatokat a következő táblázat határozza meg.

	t(s)	1	10	50	112
V (l)	*a)*	202	220	300	424
	b)	203	230	350	536
	c)	205	250	450	760

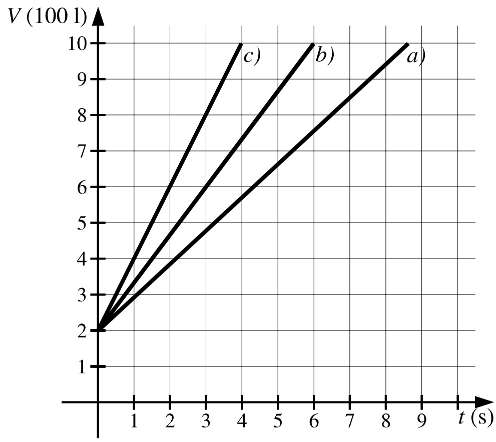
A térfogat és az eltelt idő közötti függvénykapcsolatok:

a) $V = 2t + 200$

b) $V = 3t + 200$

c) $V = 5t + 200$

Ezen függvények grafikonjai az ábrán látható.



1548. Jelölje a tartályban levő víz mennyiségét V, a közben eltelt időt t. A közöttük mérhető kapcsolatok:

a) $V = 3t + 6$

Ha a tartály megtelik, akkor $V = 24$.

$$24 = 3t + 6$$
$$t = 6$$

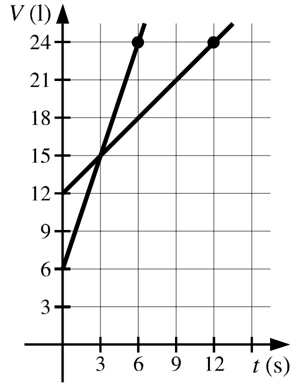
6 s alatt lesz tele a tartály.

b) $V = t + 12$

$$24 = t + 12$$
$$t = 12$$

12 s alatt lesz tele a tartály.

Az egyes esetekben a függvények grafikonjai az ábrán láthatók.

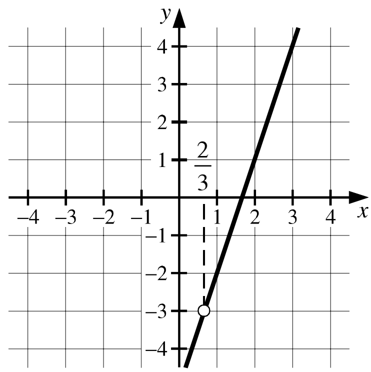


1549. A megadott függvényeket először egyszerűbb alakra hozzuk.

a) $a(x) = 3x - 5$

Mivel $3x - 2 \neq 0$, ezért a függvény értelmezési tartománya a $\frac{2}{3}$ kivételével minden racionális szám.

ÉT: $x \in Q \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$.

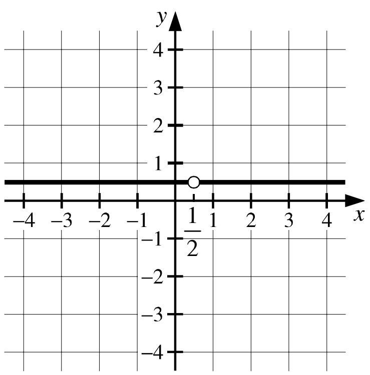


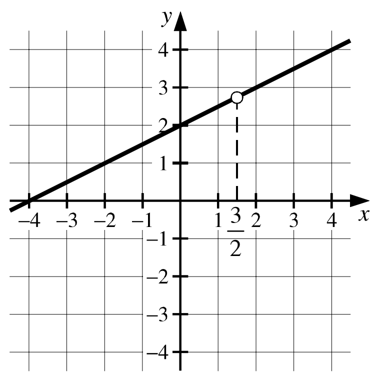
b) $b(x) = \frac{1}{2}$

ÉT: $x \in Q \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

c) $c(x) = \frac{1}{2}x + 2$

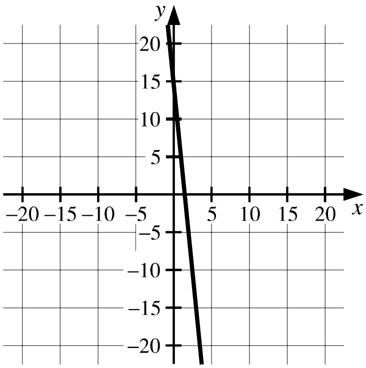
ÉT: $x \in Q \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.





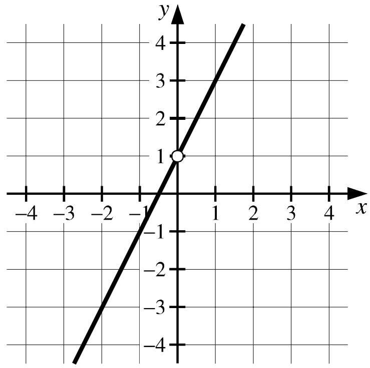
d) $d(x) = -10x + 5$

ÉT: $x \in Q$



e) $d(x) = 2x + 1$

ÉT: $x \in Q \setminus \{0\}$



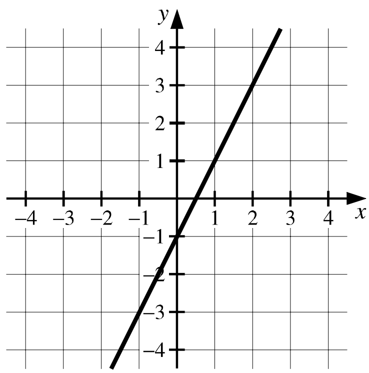
1550. A fügvényt $f(x) = ax + b$ alakban keresve az a és b értékeit az alábbi egyenletrendszer megoldása adja:

$$\begin{array}{c} -a + b = -3 \\ 2a + b = 3 \\ \hline a = 2 \qquad b = -1 \end{array}$$

A függvény: $f(x) = 2x - 1$

a) $f(0) = -1$

b) $f(100) = 199$



1551. A függvényt $f(x) = ax + b$ alakban keresve:

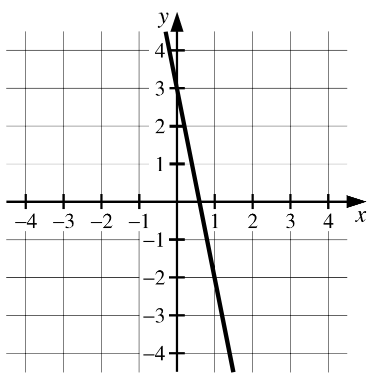
$$\begin{aligned} a + b &= -2 \\ -2a + b &= 13 \end{aligned}$$

egyenletrendszert megoldva

$$a = -5 \qquad b = 3$$

A keresett függvény:

$$f(x) = -5x + 3$$



1552. A keresett függvény $f(x) = ax + b$ alakú. A megadott értékpárok alapján:

$$\begin{aligned} 100a + b &= 399 \\ a + b &= 3 \end{aligned}$$

Az egyenletrendszert megoldva: $a = 4 \quad b = -1$.
A függvény szabálya: $f(x) = 4x - 1$.

1553. Először a függvényeket egyszerűbb alakra hozzuk.

$$a(x) = \frac{2x-3}{-5} + 1 = -\frac{2}{5}x + \frac{8}{5}$$

Az x tengelyt $x = 4$-nél, az y tengelyt $y = \frac{8}{5}$-nél metszi, a meredeksége $-\frac{2}{5}$.

$$b(x) = (3x-2)(2x+1) - 6(x+1)(x-1) = -x + 4$$

A függvény meredeksége -1, az x tengelyt $x = 4$-nél, az y tengelyt $y = 4$-nél metszi.

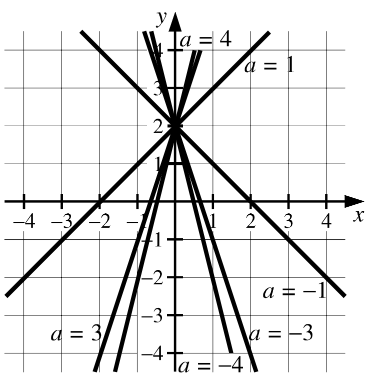
$$c(x) = \frac{6x^2 + 2x}{3x+1} - 2 = 2x - 2$$

A függvény meredeksége 2, az x tengelyt $x = 1$-nél, az y tengelyt $y = -2$-nél metszi.

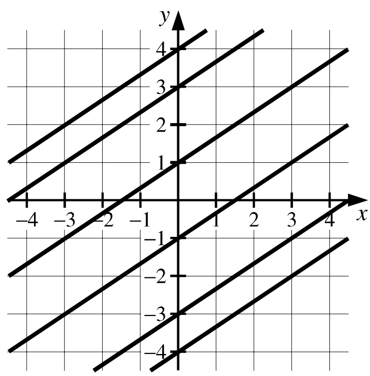
$$d(x) = \frac{x-2}{3} - \frac{2x-7}{5} = -\frac{1}{15}x + \frac{11}{15}$$

A függvény meredeksége $-\frac{1}{15}$, az x tengelyt $x = 11$-nél, az y tengelyt $\frac{11}{15}$-nél metszi.

1554. *a)*



b)

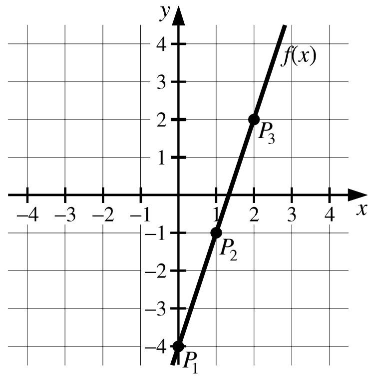


1555. A grafikon három pontja:

$P_1(0; -4)$

$P_2(1; -1)$

$P_3(2; 2)$

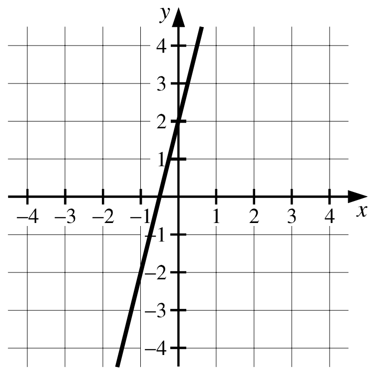


1556. Egy-egy lehetséges ponthármas a következő:

a) $P_1(-1; -2)$
$P_2(0; 2)$
$P_3(1; 6)$

b) $Q_1(-1; 0)$
$Q_2(0; 3)$
$Q_3(1; 7)$

c) $R_1(-1; -3)$
$R_2(0; 1)$
$R_3(1; 3)$



1557. Mindegyik függvényt $f(x) = mx + b$ alakban keressük. Mivel m ismert és az adott pont megfelelő koordinátái az egymáshoz rendelt függvényértékeket meghatározzák, így a b értéke meghatározható.

a) $2 = m \cdot 0 + b$, ahol $m = 1$
$b = 2$
Így $f(x) = x + 2$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x + 5\frac{1}{2}$ *c)* $f(x) = -2x + 7$ *d)* $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

e) $f(x) = -5x + 10$ *f)* $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{8}{5}$ *g)* $f(x) = 3x - 197$

h) $f(x) = 2{,}5x$

1558. A keresett függvények $f(x) = ax + b$ alakúak. A megadott pontpárok alapján az a és b értékei meghatározhatók.

a)
$$\left.\begin{array}{l} 3 = a \cdot 0 + b \\ 0 = a \cdot 6 + b \end{array}\right\} \qquad a = -\frac{1}{2}, \quad b = 3$$
$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

b)
$$\left.\begin{array}{l} 3 = a \cdot 0 + b \\ 7 = a \cdot (-2) + b \end{array}\right\} \qquad a = -2, \quad b = 3$$
$$f(x) = -2x + 3$$

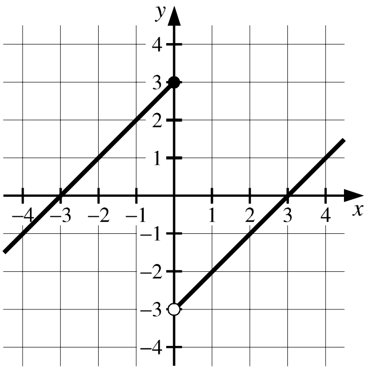
c) $\left.\begin{aligned} 3 &= a\cdot 1+b \\ 0 &= a\cdot(-2)+b \end{aligned}\right\}$ $\begin{aligned} a&=1 \\ b&=2 \end{aligned}$

$f(x)=x+2$

d) $\left.\begin{aligned} -3 &= a\cdot(-3)+b \\ 5 &= a\cdot 5+b \end{aligned}\right\}$ $\begin{aligned} a&=1 \\ b&=0 \end{aligned}$

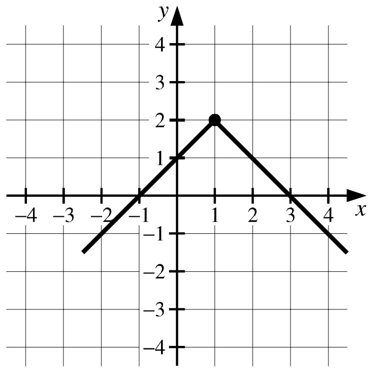
$f(x)=x$

1559. *a)*



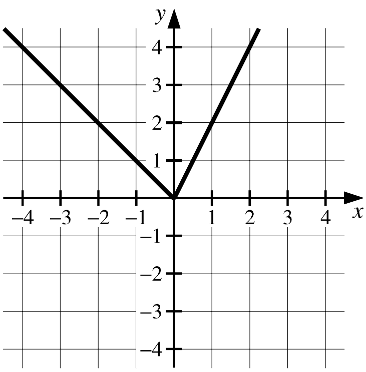
$$a(x)=\begin{cases} x+3, & \text{ha } x\le 0 \\ x-3, & \text{ha } x>0 \end{cases}$$

b)



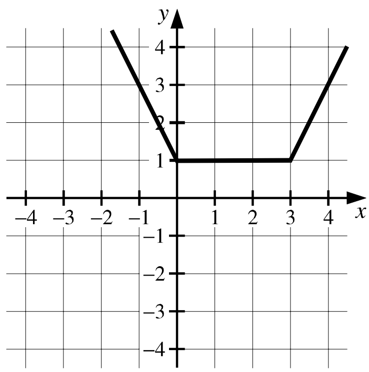
$$b(x)=\begin{cases} x+1, & \text{ha } x\le 1 \\ 3-x, & \text{ha } x>1 \end{cases}$$

c)



$$c(x)=\begin{cases} 2x, & \text{ha } x\le 0 \\ -x, & \text{ha } x>0 \end{cases}$$

d)



$$c(x)=\begin{cases} 1-2x, & \text{ha } x\le 0 \\ 1, & \text{ha } 0<x<3 \\ 2x-5, & \text{egyébként} \end{cases}$$

1560. A megfelelő értékpárokat táblázatba foglalva:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{5}$	0	$\frac{2}{3}$	2
$f(x)$	4	3	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{2}{5}$	2	$-1\frac{1}{3}$	0

1561. Mindegyik függvényt $f(x) = mx + b$ alakban keressük.

a) A függvény meredeksége: $m = 1$

A megadott pont alapján: $2 = -1 + b \quad b = 3$

$f(x) = x + 3$

b) $m = -1$

$$\frac{2 = 1 + b}{f(x) = -x + 1} \qquad b = 1$$

c) $m = 3$

$$\frac{2 = -3 + b}{f(x) = 3x + 5} \qquad b = 5$$

d) $m = -\frac{1}{3}$

$$\frac{2 = \frac{1}{3} + b}{f(x) = -\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}} \qquad b = 1\frac{1}{2}$$

e) $m = -\frac{5}{2}$

$$\frac{2 = \frac{5}{2} + b}{f(x) = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}} \qquad b = -\frac{1}{2}$$

1562. A függvényeket $f(x) = ax + b$ alakban keressük. A pontpárok alapján a és b értékei meghatározhatók.

a)

$$\left.\begin{array}{r} 0 = a \cdot 0 + b \\ -1 = a \cdot 2 + b \end{array}\right\} \qquad a = -\frac{1}{2}, \quad b = 0$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x$$

b)

$$\left.\begin{array}{r} 0 = a \cdot 3 + b \\ -1 = a \cdot 2 + b \end{array}\right\} \qquad a = 1, \quad b = -3$$

$$f(x) = x - 3$$

c)

$$\left.\begin{array}{r} 4 = a \cdot 0 + b \\ -1 = a \cdot (-2) + b \end{array}\right\} \qquad a = \frac{5}{2}, \quad b = 4$$

$$f(x) = \frac{5}{2}x + 4$$

d)

$$\left.\begin{array}{r} 4 = a \cdot (-2) + b \\ -8 = a \cdot 2 + b \end{array}\right\} \qquad a = -3, \quad b = -2$$

$$f(x) = -3x - 2$$

1563. *a)* A grafikonra illeszkedő pontok:

$$A\left(2; 3\frac{1}{2}\right), \quad B\left(21\frac{1}{3}; 18\right), \quad C(-1992; -1492), \quad D\left(-\frac{4}{9}; \frac{5}{3}\right)$$

b) A függvény grafikonja „fölött” levő pontok például:

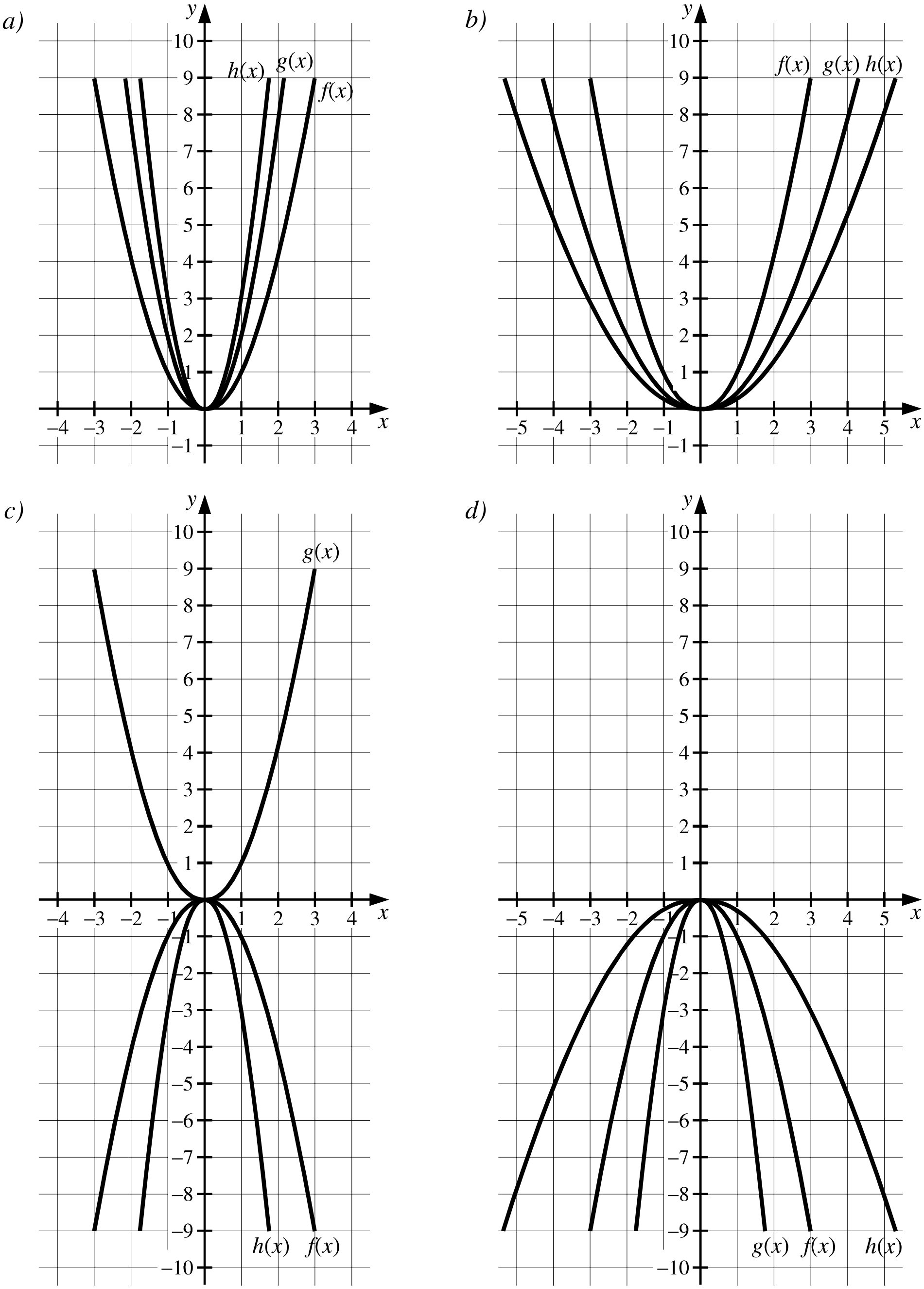
$$A(2; 4), \quad B(21; 18), \quad C(-1992; -1491), \quad D\left(-1; \frac{5}{3}\right)$$

c) A függvény grafikonja „alatt” levő pontok például:

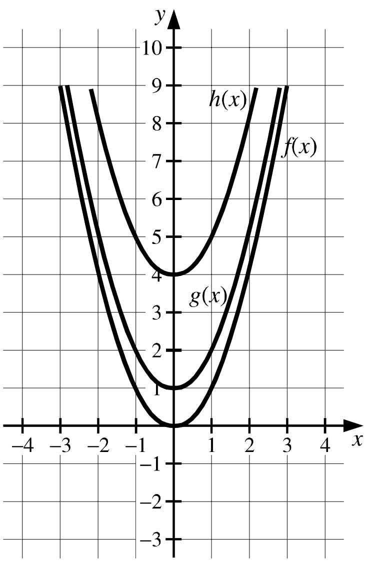
$$A(2; 3), \quad B(22; 18), \quad C(-1992; -1493), \quad D\left(-\frac{3}{9}; \frac{5}{3}\right)$$

Másodfokú függvények

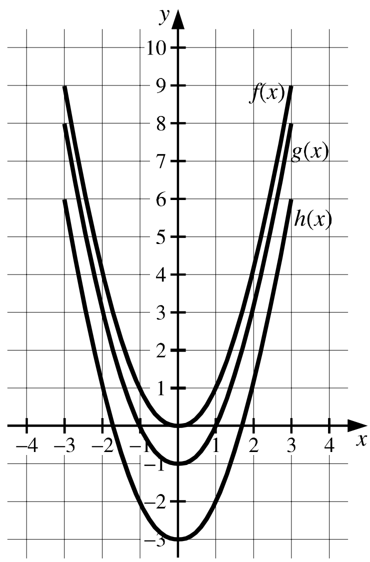
1564. *a)*



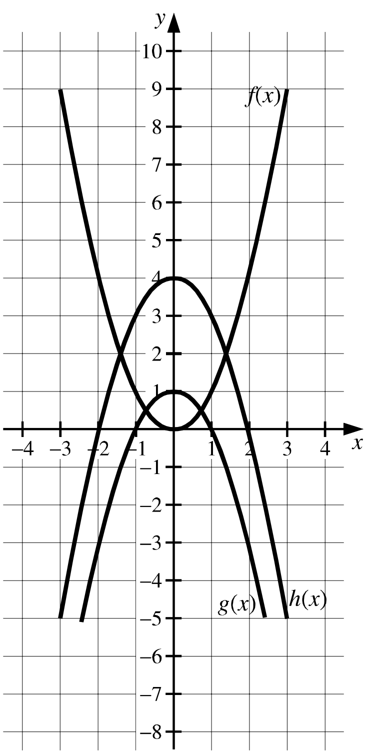
1565. *a)*



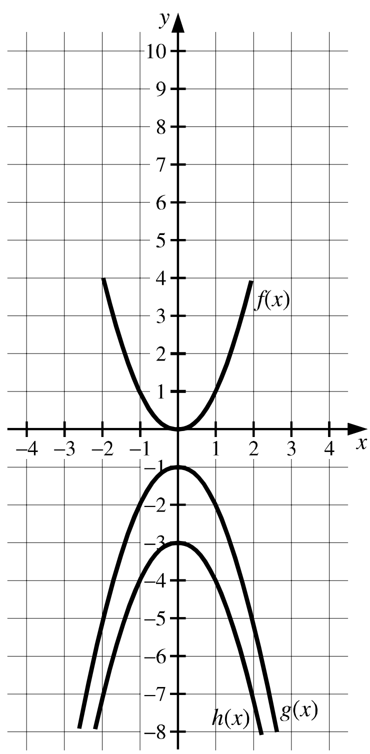
b)



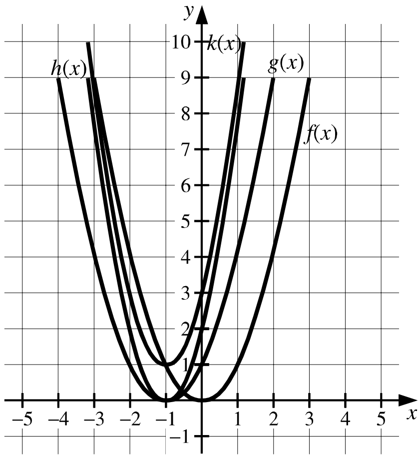
c)



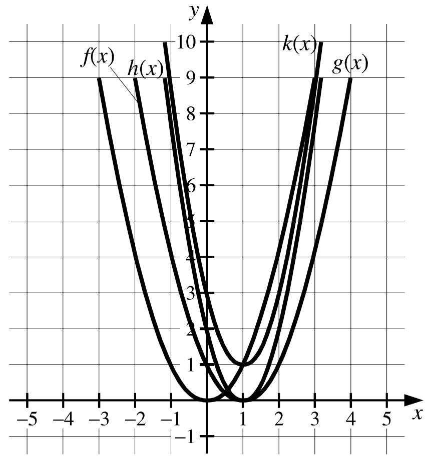
d)



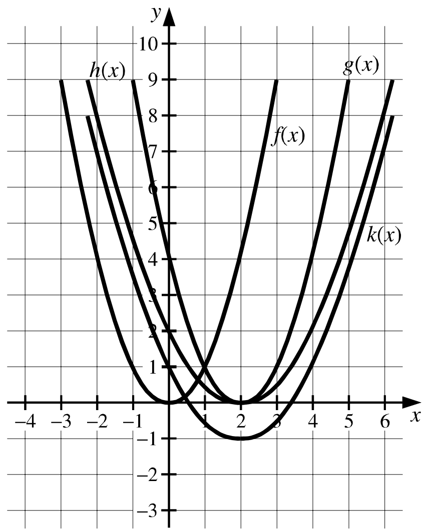
1566. *a)*



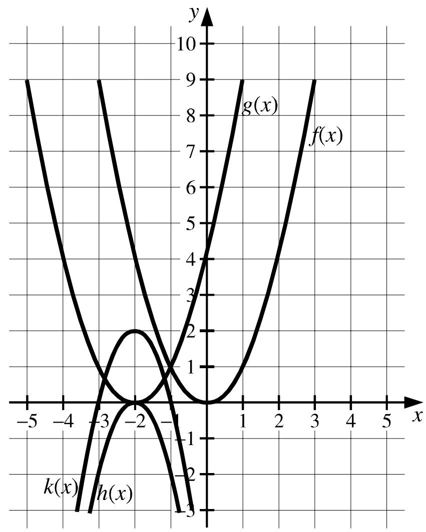
b)



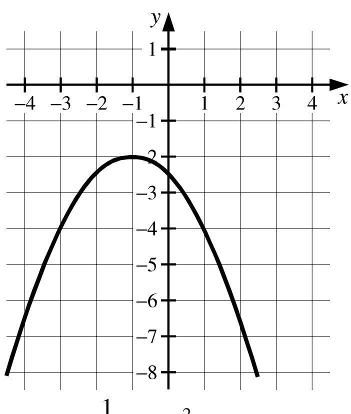
c)



d)

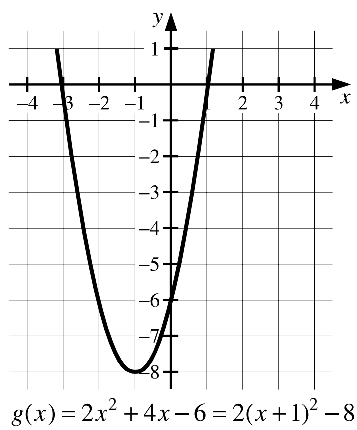


1567. *a)*



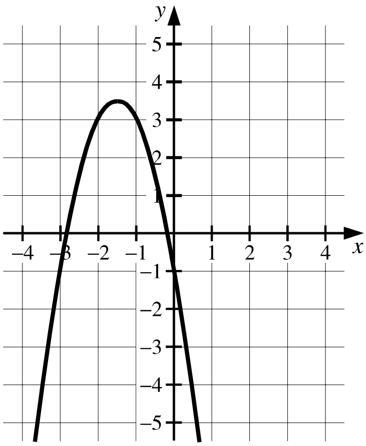
$f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$

b)



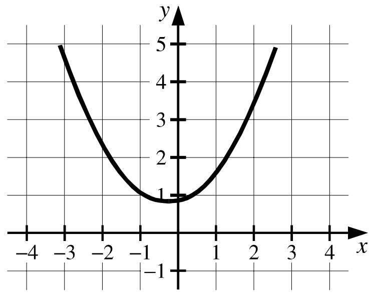
$g(x) = 2x^2 + 4x - 6 = 2(x+1)^2 - 8$

c)



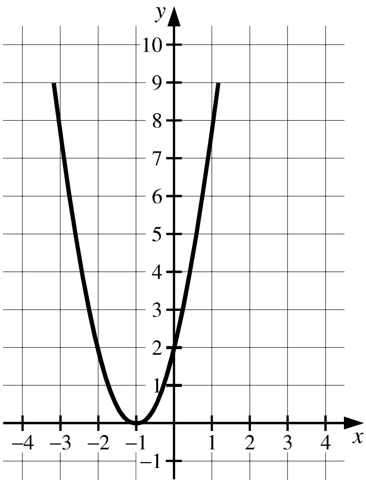
$$h(x) = -2x^2 - 6x - 1 = -2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$$

d)



$$k(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x + 1 = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{31}{32}$$

1568. *a)*



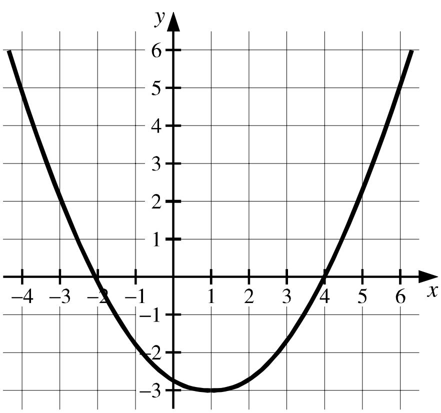
$f(x) = 2x^2 + 4x + 2$

ÉK: $f(x) \geqq 0$

A x tengelyt $x = -1$-nél érinti.

Az y tengelyt $y = 2$-nél metszi.

b)



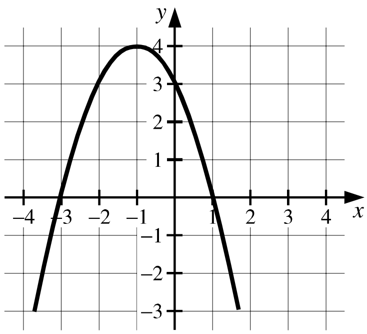
$g(x) = \frac{1}{3}(x-1)^2 - 3$

ÉK: $g(x) \geqq -3$

A x tengelyt $x = -2$-nél és $x = 4$-nél metszi.

Az y tengelyt $y = -2\frac{2}{3}$ -nál metszi.

c)



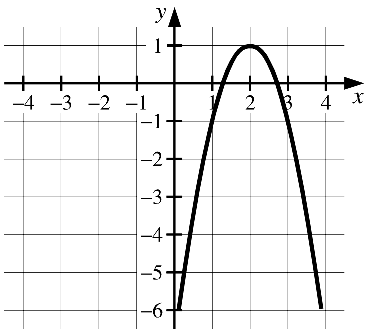
$h(x) = -(x+1)^2 + 4$

ÉK: $h(x) \leqq 4$

A x tengelyt $x = -3$-nál és $x = 1$-nél metszi.

Az y tengelyt $y = 3$-nál metszi.

d)



$k(x) = -2x^2 + 8x - 7$

ÉK: $k(x) \leqq 1$

A x tengelyt $x = \dfrac{4-\sqrt{2}}{2}$-nél és

$x = \dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$-nél metszi.

Az y tengelyt $y = -7$-nél metszi.

1569. A függvényeket $f(x) = ax^2 + bx + c$ alakban keressük. A megadott értékpárok alapján felírt egyenletrendszerekből az a, b és c értéke meghatározható.

a)
$$\begin{array}{l} a\cdot 0 + b\cdot 0 + c = 0 \\ a\cdot 4 + b\cdot 2 + c = 12 \\ \underline{a\cdot 1 + b\cdot(-1) + c = 3} \\ a = 3 \quad b = 0 \quad c = 0 \\ f(x) = 3x^2 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} a\cdot 1 + b\cdot(-1) + c = -2 \\ a\cdot 1 + b\cdot 1 + c = -2 \\ \underline{a\cdot 4 + b\cdot 2 + c = 1} \\ a = 1 \quad b = 0 \quad c = -3 \\ f(x) = x^2 - 3 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{l} a\cdot 1 + b\cdot(-1) + c = 1 \\ a\cdot 0 + b\cdot 0 + c = 5 \\ \underline{a\cdot 1 + b\cdot 1 + c = 3} \\ a = -3 \quad b = 1 \quad c = 5 \\ f(x) = -3x^2 + x + 5 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{l} a\cdot 1 + b\cdot 1 + c = 0 \\ a\cdot 9 + b\cdot 3 + c = 1 \\ \underline{a\cdot 1 + b\cdot(-1) + c = 1} \\ a = \frac{1}{4} \quad b = -\frac{1}{2} \quad c = \frac{1}{4} \\ f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \end{array}$$

1570. $x = -2$-nél az $f(x)$ értéke 0.

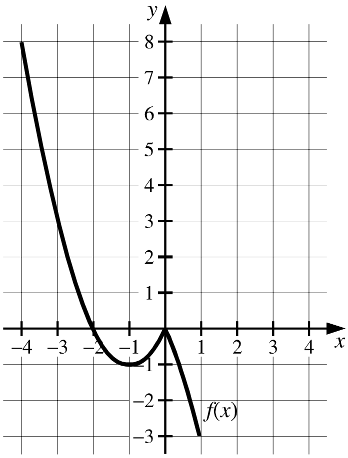
a) $(-2)^2 + 2(-2) + c = 0 \quad c = 0$

b) $(-2)^2 - 3(-2) + 2c = 0 \quad c = 1$

c) $(-2-1)(3\cdot(-2) + c) = 0 \quad c = 6$

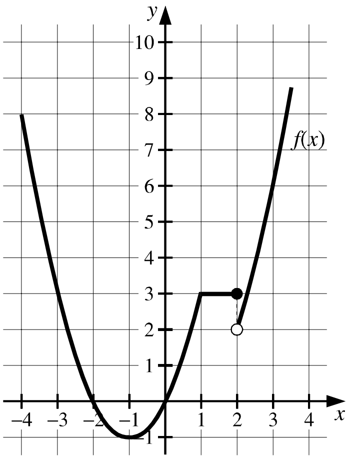
d) $(-2+2)(c-(-2)) + 1 = 0$
nincs megfelelő c valós szám

1571. *a)*



$$f(x)=\begin{cases}x^2+2x, & \text{ha } x\le 0\\ -x^2-2x, & \text{ha } x>0\end{cases}$$

b)

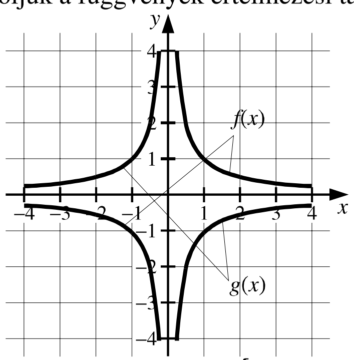


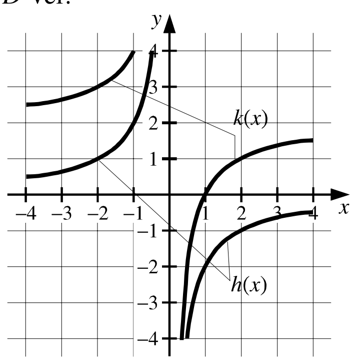
$$f(x)=\begin{cases}x^2+2x, & \text{ha } x<1\\ 3, & \text{ha } 1\le x\le 2\\ -x^2-2x, & \text{ha } 2<x\end{cases}$$

Tört, abszolútérték és négyzetgyökfüggvény

1572. Jelöljük a függvények értelmezési tartományát D-vel!

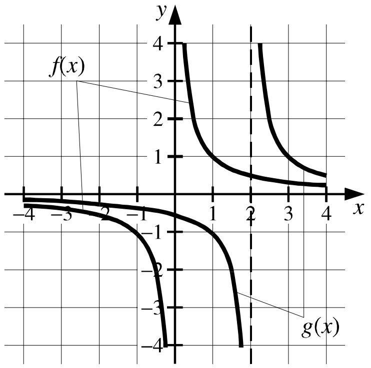
a)

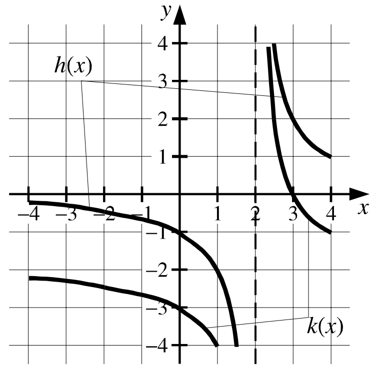




$D_f = D_g = D_h = D_k = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$

b)





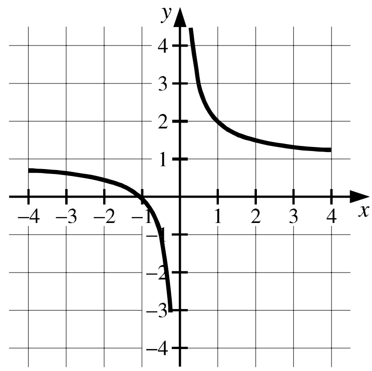
$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$

$D_g = D_h = D_k = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2\}$

1573. A megadott pontok alapján felírt egyenletrendszerből az a és b értékeit meghatározhatjuk.

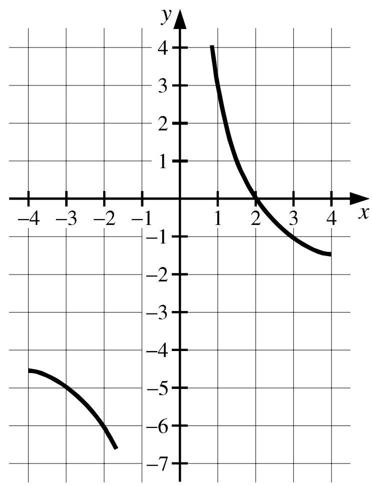
a) $\left.\begin{aligned} \frac{a}{1} + b = 2 \\ \frac{a}{-1} + b = 0 \end{aligned}\right\}$ $\quad \begin{aligned} a = 1 \\ b = 1 \end{aligned}$

$f(x) = \frac{1}{x} + 1$



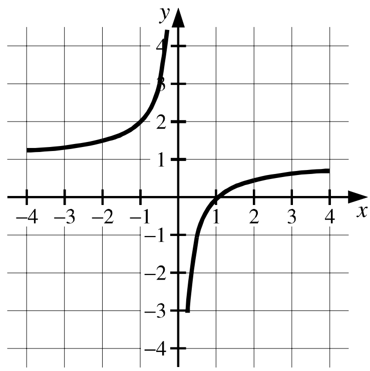
b) $\left.\begin{aligned} \frac{a}{2} + b = 0 \\ \frac{a}{1} + b = 3 \end{aligned}\right\}$ $\quad \begin{aligned} a = 6 \\ b = -3 \end{aligned}$

$f(x) = \frac{6}{x} - 3$



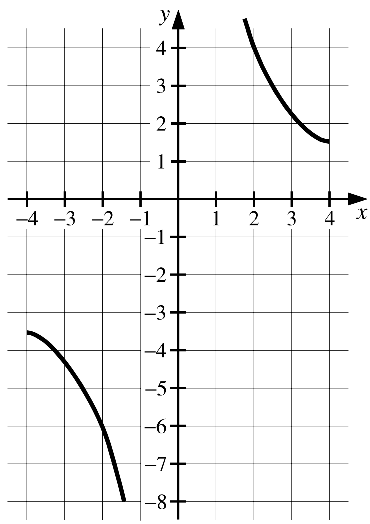
c) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{a}{1}+b=0\\[2mm] \dfrac{a}{-1}+b=2\end{array}\right\}\quad \begin{array}{l}a=-1\\ b=1\end{array}$

$f(x)=-\dfrac{1}{x}+1$

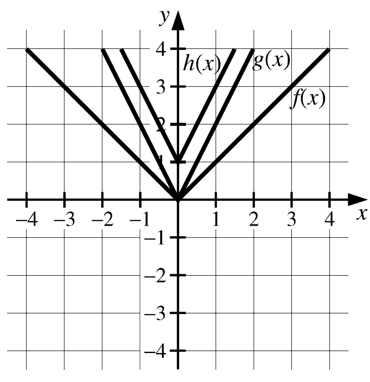


d) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{a}{10}+b=0\\[2mm] 10a+b=99\end{array}\right\}\quad \begin{array}{l}a=10\\ b=-1\end{array}$

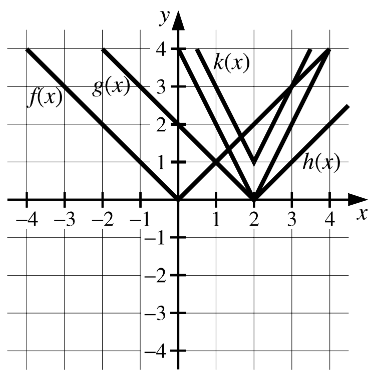
$f(x)=\dfrac{10}{x}-1$



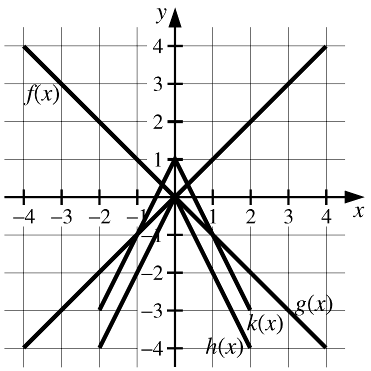
1574. a)



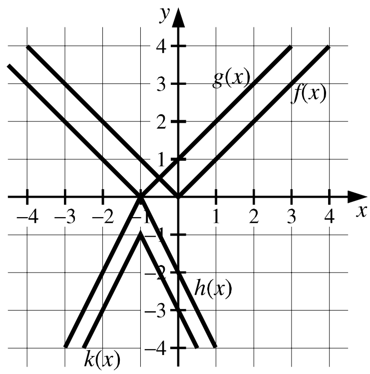
b)



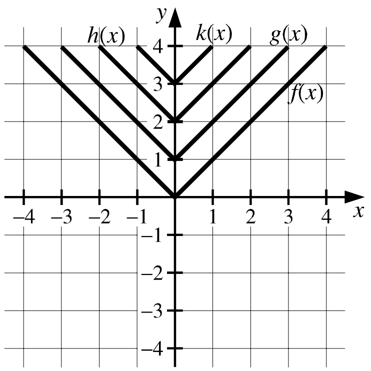
c)



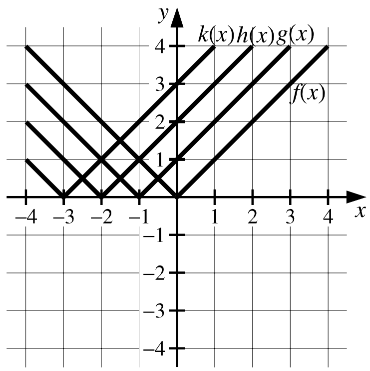
d)



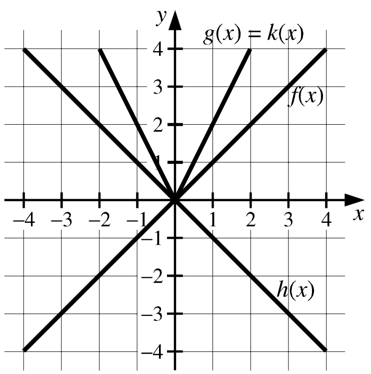
1575. *a)*



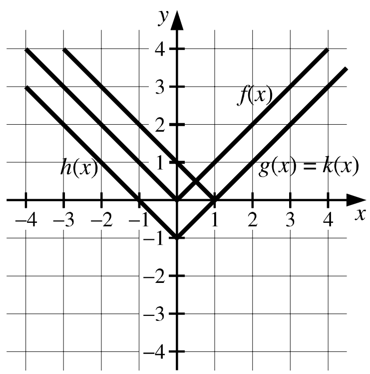
b)



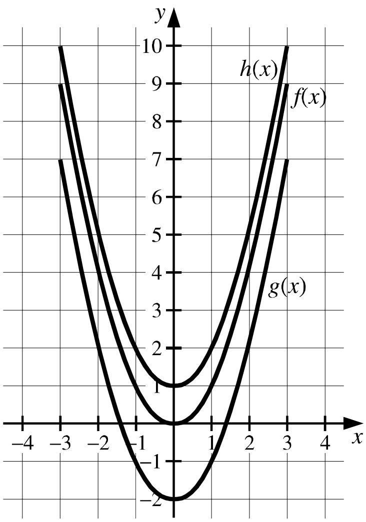
c)



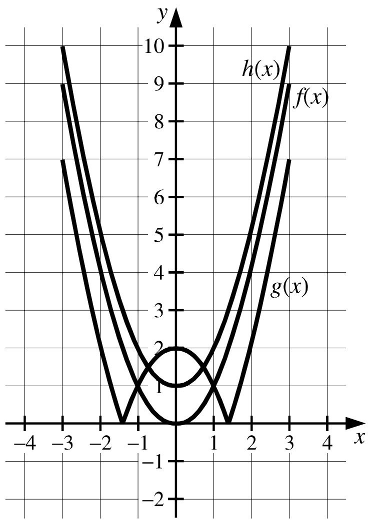
d)



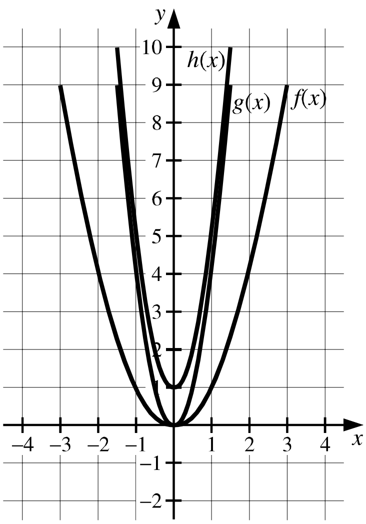
1576. *a)*



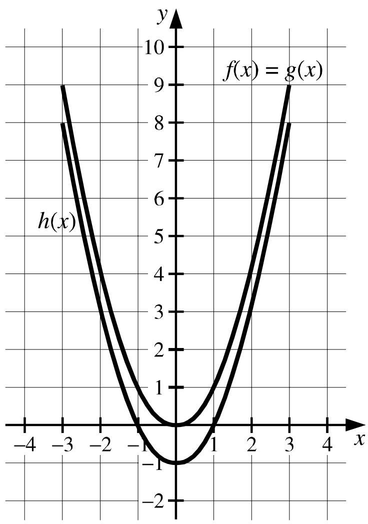
b)



c)

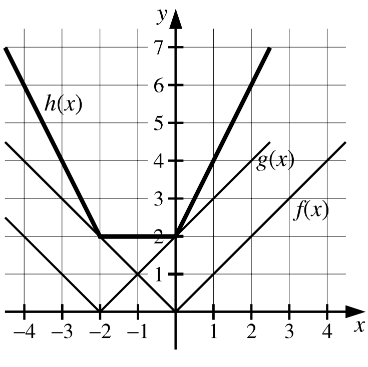


d)



1577. Mindegyik esetben a $h(x)$ függvény menetét írjuk le.

a)



$h(x) = |x| + |x+2|$

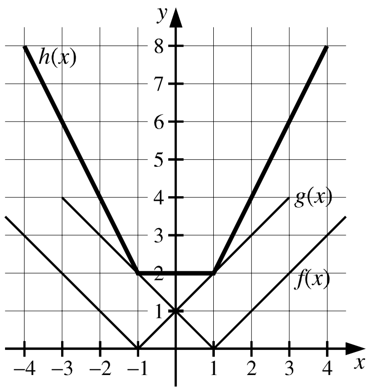
Menete:

$-\infty$-től $x = -2$-ig szigorúan monoton csökken.

$x = -2$-től $x = 0$-ig konstans, értéke 2.

$x = 0$-tól ∞-ig szigorúan monoton nő.

b)



$h(x) = |x+1| + |x-1|$

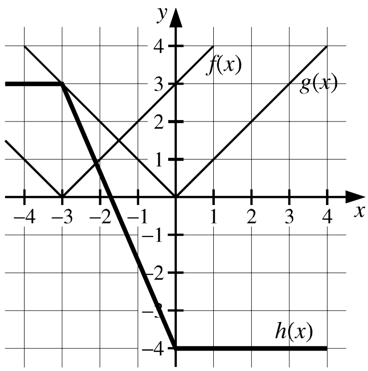
Menete:

$-\infty$-től $x = -1$-ig szigorúan monoton csökken.

$x = -1$-től $x = 1$-ig konstans, értéke 2.

$x = 1$-től ∞-ig szigorúan monoton nő.

c)



$h(x) = |x+3| + |x|$

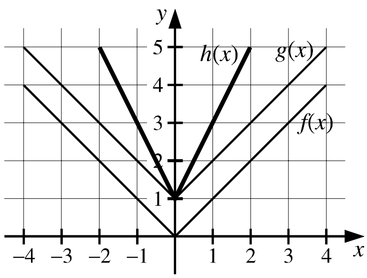
Menete:

$-\infty$-től $x = -3$-ig konstans, értéke 3.

$x = -3$-tól $x = 0$-ig szigorúan monoton csökken.

$x = 0$-tól ∞-ig konstans, értéke -3.

d)



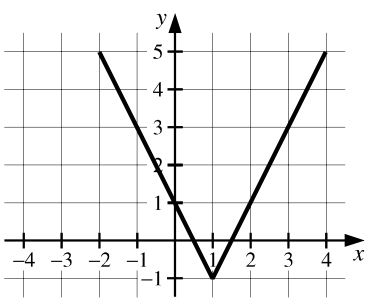
$h(x) = |x| + |x| + 1$

Menete:

$-\infty$-től $x = 0$-ig szigorúan monoton csökken.

$x = 0$-tól ∞-ig szigorúan monoton nő.

1578. *a)*



$f(x) = 2|x-1| - 1 \qquad D_f = \mathbb{R}$

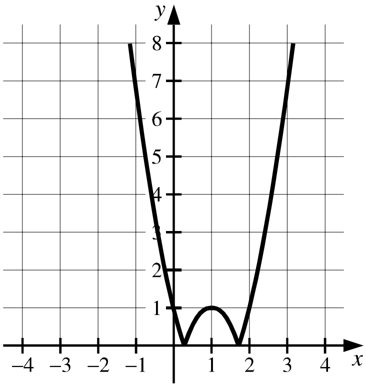
Menete:

$-\infty$-től $x = 1$-ig szigorúan monoton csökken.

$x = 1$-nél minimuma van: -1.

$x = 1$-től ∞-ig szigorúan monoton nő.

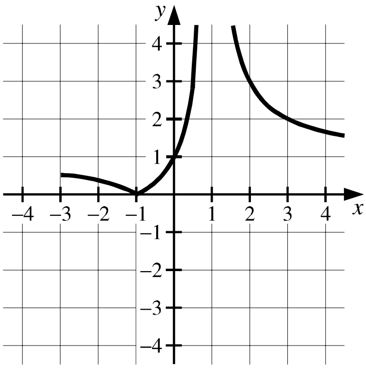
b)



$f(x)=\left|2\left|x-1\right|^2-1\right|$ $\quad D_f=\mathbb{R}$

Menete: $-\infty$-től $x=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$-ig szigorúan monoton csökken. $x=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$-től $x=1$-ig szigorúan monoton nő. $x=1$-től $x=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$-ig szigorúan monoton csökken. $x=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$-től ∞-ig szigorúan monoton nő. Minimuma van $x=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$-nél és $x=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$ esetén ennek értéke 0. Helyi maximuma van $x=1$-nél, értéke: 1.

c)



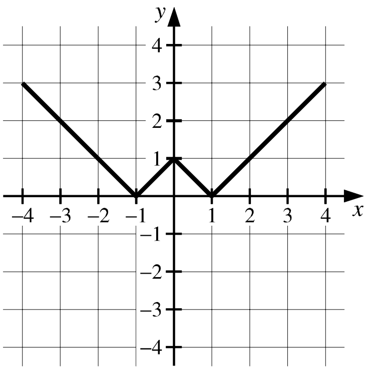
$f(x)=\left|\dfrac{2}{x-1}+1\right|$ $\quad D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Menete:

$-\infty$-től $x=-1$-ig szigorúan monoton csökken.
$x=-1$-nél minimuma van: 0.
$x=-1$-től $x=1$-ig szigorúan monoton nő.

$x=1$-nél szakadása van.
$x=1$-től ∞-ig szigorúan monoton csökken.

d)



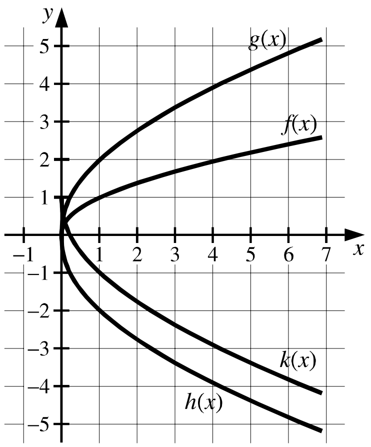
$f(x)=\left|\left|x\right|-1\right|$ $\quad D_f=\mathbb{R}$

Menete:

$-\infty$-től $x=-1$-ig szigorúan monoton csökken.
$x=-1$-től $x=0$-ig szigorúan monoton nő.

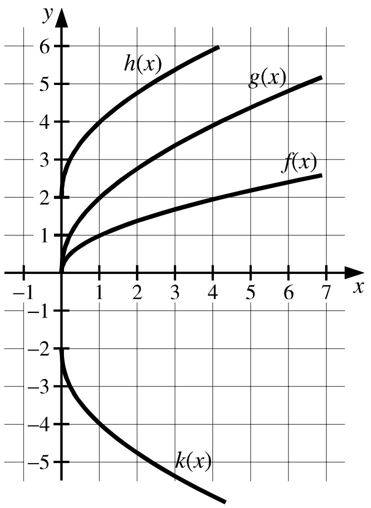
$x=0$-tól $x=1$-ig szigorúan monoton csökken.
$x=1$-től ∞-ig szigorúan monoton nő. Minimuma van $x=-1$ és $x=1$ értékeknél, ez 0.
Helyi maximuma van $x=0$-nál, ennek értéke: 1.

1579. *a)*



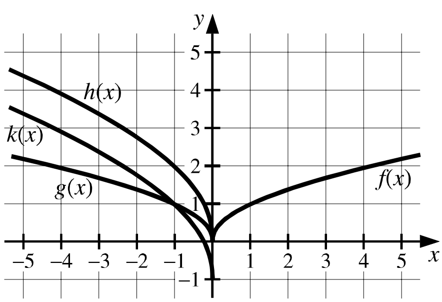
$$D_f = D_g = D_h = D_k = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \geqq 0 \right\}$$

b)



$$D_f = D_g = D_h = D_k = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \geqq 0 \right\}$$

c)



$$D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \geqq 0 \right\}$$
$$D_g = D_h = D_k = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leqq 0 \right\}$$

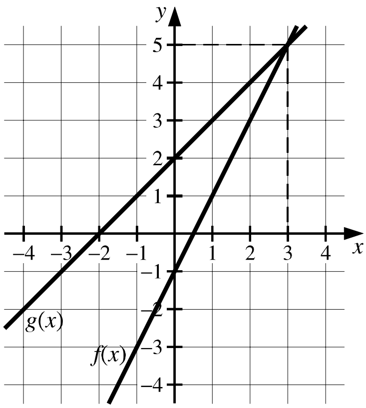
1580. *a)* $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$, $D_g = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 3\}$, $D_h = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1\}$, $D_k = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2\}$

b) $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqq 0\}$, $D_g = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqq 6\}$, $D_h = \left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x \leqq \frac{1}{2}\right\}$, $D_k = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqq -3 \vee x \geqq 3\}$

c) $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$, $D_g = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqq 0 \wedge x \neq 2\}$, $D_h = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$, $D_k = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqq 0\}$

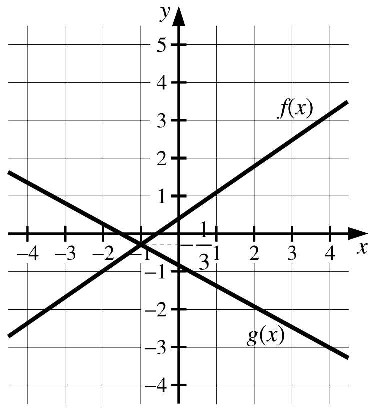
d) $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \wedge x \neq 2\}$, $D_g = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqq 2\}$, $D_h = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$

1581. *a)*



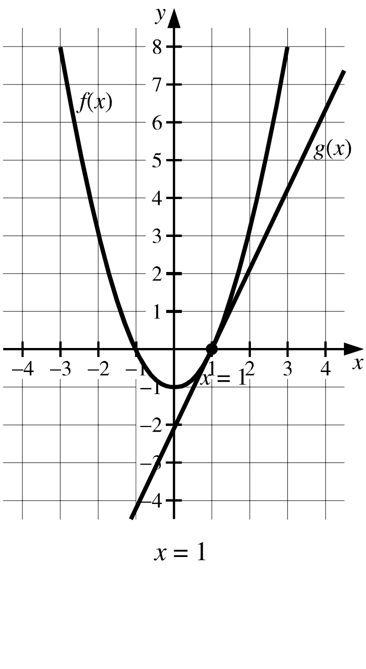
$x = 3$

b)



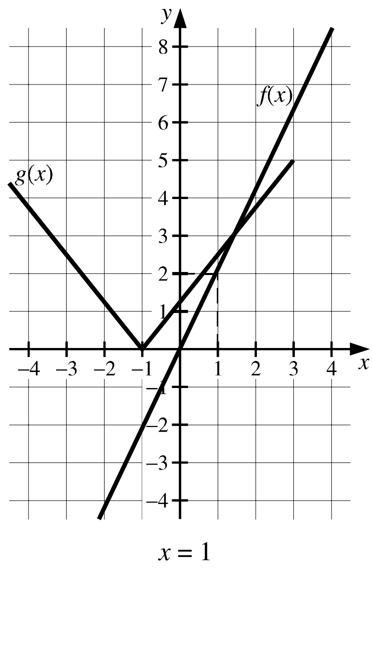
$x = -1$

c)



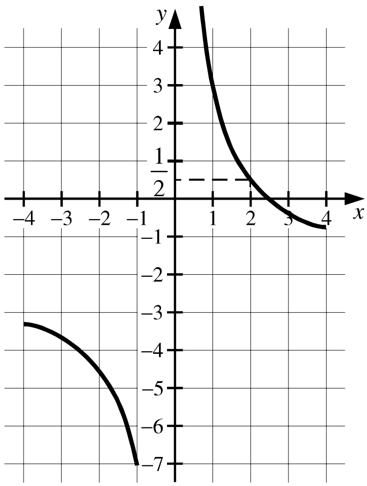
$x = 1$

d)



$x = 1$

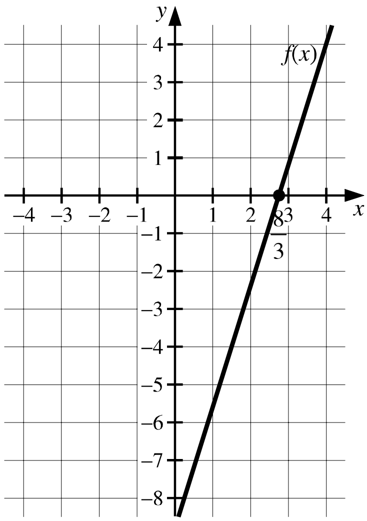
1582.



a) $\frac{5}{x} - 2 < 0{,}5$, ha $x < 0$ vagy $x > 2$

b) $2 < \frac{5}{x} - 2 < 10$, ha $\frac{5}{12} < x < \frac{5}{4}$

1583. *a)*

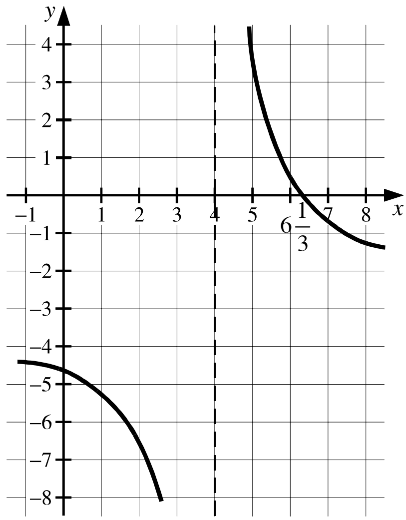


$f(x) > 0$, ha $x > \frac{8}{3}$

$f(x) < 0$, ha $x < \frac{8}{3}$

$f(x) = 0$, ha $x = \frac{8}{3}$

b)

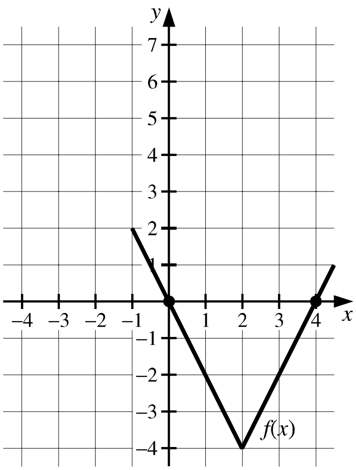


$f(x) > 0$, ha $4 < x < 6\frac{1}{3}$

$f(x) < 0$, ha $x < 4$ vagy $x > 6\frac{1}{3}$

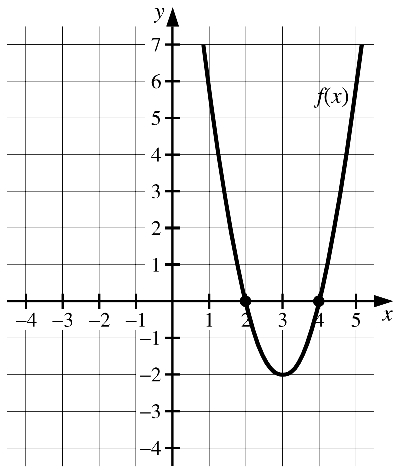
$f(x) = 0$, ha $x = 6\frac{1}{3}$

c)



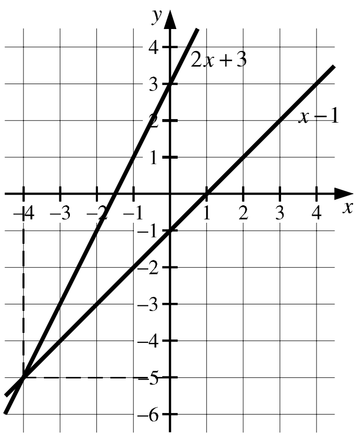
$f(x) > 0$, ha $x < 0$ vagy $x > 4$
$f(x) < 0$, ha $0 < x < 4$
$f(x) = 0$, ha $x = 0$ vagy $x = 4$

d)



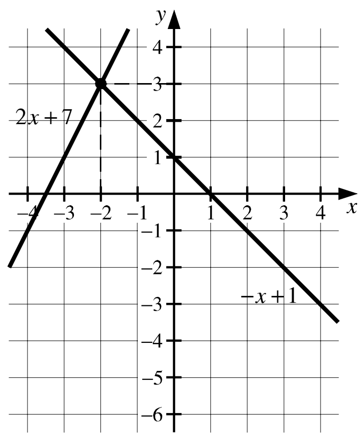
$f(x) > 0$, ha $x < 2$ vagy $x > 4$
$f(x) < 0$, ha $2 < x < 4$
$f(x) = 0$, ha $x = 2$ vagy $x = 4$

1584. *a)*



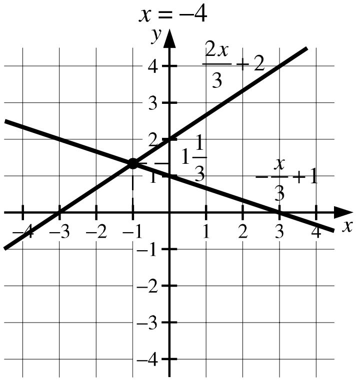
$x = -4$

b)



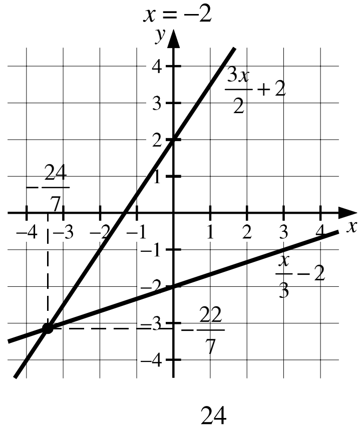
$x = -2$

c)



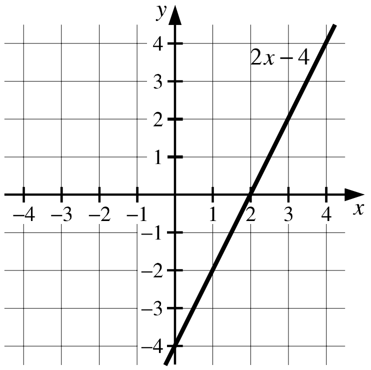
$x = -1$

d)



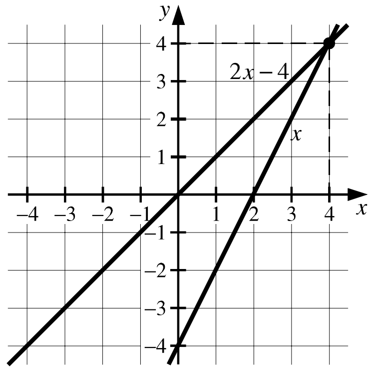
$x = -\frac{24}{7}$

e)



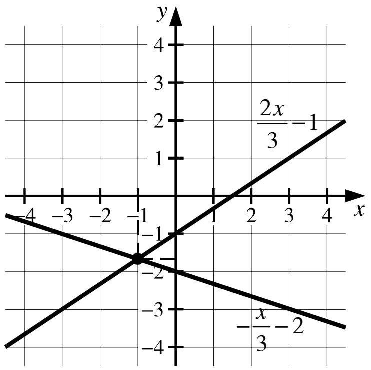
$x \leqq 2$

f)



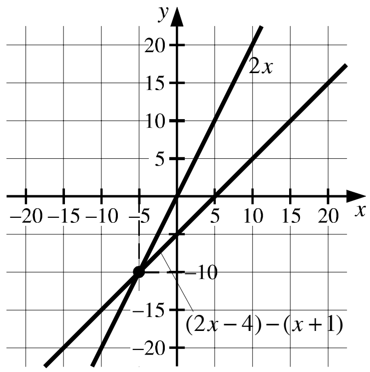
$x \leqq 4$

g)



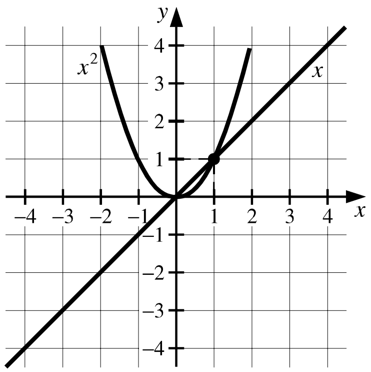
$x \leqq -1$

h)



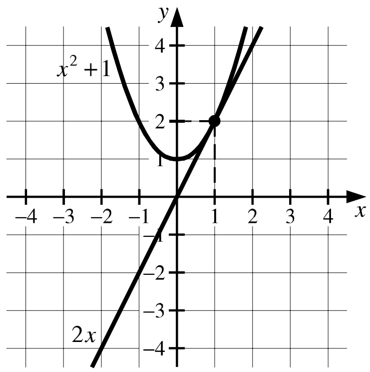
$x \geqq -5$

i)



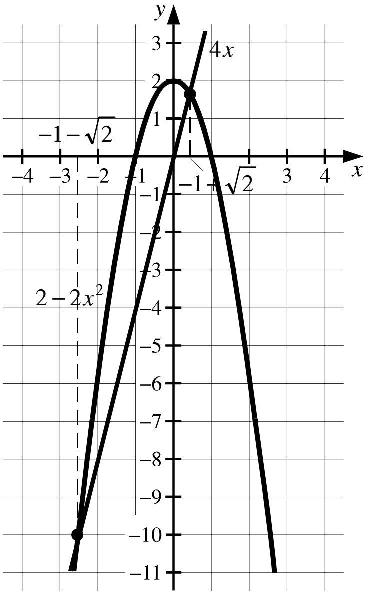
$0 < x < 1$

j)



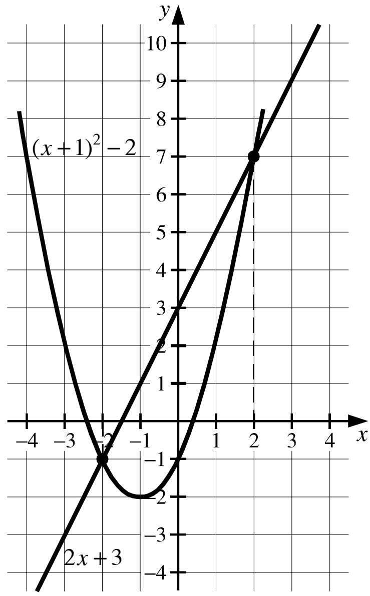
$x \neq 1$

k)



$-1-\sqrt{2} \leqq x \leqq -1+\sqrt{2}$

l)



$-2 \leqq x \leqq 2$

Grafikonok a koordináta-rendszerben

1585. *a)* $A(4;\,3)$, $B(-2;\,2)$, $C(-2;\,-3)$, $D(4;\,-6)$

b) $A(0;\,7)$, $B(-2;\,1)$, $C(-5;\,-3)$, $D(3;\,-2)$

c) $A(-3;\,-2)$, $B(3;\,-2)$, $C(4;\,3)$, $D(7;\,3)$, $E(0;\,7)$, $F(-4;\,3)$, $G(-7;\,3)$

d) $A(-3;\,0)$, $B(3;\,0)$, $C(3;\,4)$, $D(0;\,8)$, $E(-3;\,4)$, $F(-1;\,1)$, $G(1;\,1)$, $H(1;\,3)$, $J(-1;\,3)$

1586. *a)* $f(x)=\frac{8}{5}x+6$ $\quad P_3(5;\,14)$ $\quad P_4(10;\,22)$

b) $f(x)=-\frac{3}{2}x$ $\quad P_3(0;\,0)$ $\quad P_4(-4;\,6)$

c) $f(x)=-\frac{1}{2}x+1$ $\quad P_3(2;\,0)$ $\quad P_4(-2;\,2)$

d) $f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ $\quad P_3\left(0;\,\frac{8}{3}\right)$ $\quad P_4(-1;\,2)$

1587. *a)* $f(x)=-2x$ $\quad P_1(0;\,0)$ $\quad P_2(1;\,-2)$

b) $f(x)=\frac{3}{4}x-3$ $\quad P_1(0;\,-3)$ $\quad P_2(4;\,0)$

c) $f(x)=\frac{1}{2}x+2$ $\quad P_1(0;\,2)$ $\quad P_2(2;\,3)$

d) $f(x)=-3x$ $\quad P_1(0;\,0)$ $\quad P_2(1;\,-3)$

1588. *a)* $f(x)=-x-2$ $\quad m=-1$ $\quad P_x(-2;\,0)$ $\quad P_y(0;\,-2)$

b) $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ $\quad m=\frac{1}{2}$ $\quad P_x(1;\,0)$ $\quad P_y\left(0;-\frac{1}{2}\right)$

c) $f(x)=-\frac{3}{2}x+3$ $\quad m=-\frac{3}{2}$ $\quad P_x(2;\,0)$ $\quad P_y(0;\,3)$

d) $f(x)=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$ $\quad m=\frac{1}{4}$ $\quad P_x(-2;\,0)$ $\quad P_y\left(0;\frac{1}{2}\right)$

1589. *a)* $f(x)=x-3$ $\quad P_x(3;\,0)$ $\quad P_y(0;\,-3)$

b) $f(x)=\frac{2}{3}x+2$ $\quad P_x(-3;\,0)$ $\quad P_y(0;\,2)$

c) $f(x)=-x-2$ $\quad P_x(-2;\,0)$ $\quad P_y(0;\,-2)$

d) $f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{17}{4}$ $\quad P_x\left(\frac{17}{5};0\right)$ $\quad P_y\left(0;\frac{17}{4}\right)$

1590. *a)* $f(x)=x-5$ $\quad P_x(5;\,0)$ $\quad P_y(0;\,-5)$

b) $f(x)=-\frac{1}{2}x+2$ $\quad P_x(4;\,0)$ $\quad P_y(0;\,2)$

c) $f(x)=-3$ az x tengelyt nem metszi, $\quad P_y(0;\,-3)$

d) $f(x)=-3x-13$ $\quad P_x\left(-\frac{13}{3};0\right)$ $\quad P_y(0;\,-13)$

1591. *a)* $m=-1$ $\quad f(x)=-x+1$ $\quad P_x(1;\,0)$ $\quad P_y(0;\,1)$

b) $m=2$ $\quad f(x)=2x-3$ $\quad P_x\left(\frac{3}{2};0\right)$ $\quad P_y(0;\,-3)$

c) A megadott egyenesre merőleges egyenes nem lesz függvény! Olyan ponthalmazt kapunk, amely az $x = 2$ feltételnek tesz eleget.

d) $m=\frac{1}{3}$ $\quad f(x)=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$ $\quad P_x(-1;\,0)$ $\quad P_y\left(0;\frac{1}{3}\right)$

1592. A feltételt átírhatjuk $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ alakra. Ez a *d)* ábrának megfelelő grafikont határozza meg.

1593. A grafikonok alapján egy-egy lehetséges szabályt adunk meg.

a) $f(x)=|x|-2$ $\quad$ *b)* $f(x)=-2|x-2|$

c) $f(x)=|x-3|+1$ $\quad$ *d)* $f(x)=2|x+3|-3$

1594. *a)* $f(x)=x^2-1$ *b)* $f(x)=-(x+2)^2$

c) $f(x)=\frac{5}{9}(x-3)^2+1$ *d)* $f(x)=-\frac{1}{4}(x+2)^2+3$

1595. A függvényeket $f(x)=ax^2+bx+c$ alakban keresve, a megadott pontok alapján felírt egyenletrendszerekből az a, b és c értékei meghatározhatók.

a) $A(-2;\,1)$, $B(0;\,1)$, $C(1;\,4)$

$$\begin{array}{l} 1=4a-2b+c \\ 1=c \\ 4=a+b+c \\ \hline a=1 \quad b=2 \quad c=1 \end{array}$$

$$f(x)=x^2+2x+1=(x+1)^2$$

b) $A(2;\,3)$, $B(3;\,2)$, $C(4;\,-1)$

$$f(x)=-(x-2)^2+3=-x^2+4x-1$$

c) $A(-4;\,-2)$, $B(-1;\,1)$, $C(0;\,6)$

$$f(x)=x^2-6x+6=(x-3)^2-3$$

d) $A(-2;\,4)$, $B(0;\,-2)$, $C(2;\,0)$

$$f(x)=x^2-x-2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-2\frac{1}{4}$$

1596. *a)* $f(x)=\frac{2}{x}$ *b)* $f(x)=\frac{2}{x}+2$ *c)* $f(x)=\frac{3}{x-2}$ *d)* $f(x)=\left|\frac{2}{x}\right|$

1597. Az ábrákon függvények transzformációs lépései láthatók.

a) $f_1(x)=x^2$; $f_2(x)=(x-4)^2$; $f_3(x)=-\frac{1}{2}(x-4)^2$; $f_4(x)=-\frac{1}{2}(x-4)^2-4$

b) $f_1(x)=|x|$; $f_2(x)=|x+4|$; $f_3(x)=|x+4|-3$; $f_4(x)=\big||x+4|-3\big|$

c) $f_1(x)=x^2$; $f_2(x)=(x-4)^2$; $f_3(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2+3$; $f_4(x)=\left|\frac{1}{2}(x-4)^2+3\right|$

1598. *a)* $f_1(x)=x^2$; $f_2(x)=(x-6)^2$; $f_3(x)=-\frac{1}{2}(x-6)^2$; $f_4(x)=-\frac{1}{2}(x-6)^2-2$

b) $f_1(x)=|x|$; $f_2(x)=|x+6|$; $f_3(x)=-2|x+6|$; $f_4(x)=-2|x+6|+2$

c) $f_1(x)=\frac{1}{x}$; $f_2(x)=\frac{1}{x-4}$; $f_3(x)=-\frac{1}{x-4}$; $f_4(x)=-\frac{1}{x-4}+3$

1599. A gépek működésére egy-egy lehetséges szabály a következő:

a) $x \mapsto 2x$; $x \mapsto x+3$; $x \mapsto x^2-3$

b) $x \mapsto x$; $x \mapsto 2x-8$; $x \mapsto x^2-8x+8$

c) $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto x+4\frac{1}{5}$; $x \mapsto \frac{2}{x}-5$

1600. A gépek kimenetén a kapott értékek a következők:

a) 4 *b)* 25 *c)* 4 *d)* $\frac{1}{49}$ *e)* –2 *f)* 2.

1601. A bemeneti értékek az egyes gépeken a következők:

a) –14 *b)* –3 *c)* 3 *d)* $\frac{5}{2}$ vagy $-\frac{7}{2}$.

1602. *a)* $a \cdot 7 = \frac{3}{8}$ $a = \frac{3}{56}$

b) $3 \cdot \frac{7}{3} - a = 12$ $a = -5$

c) $-\frac{3}{2}a + \frac{1}{2} = 9$ $a = -\frac{17}{3}$

d) $\frac{1}{a} \cdot 100 - 8 = 100$ $a = \frac{25}{27}$

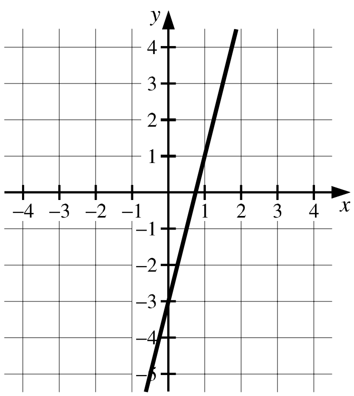
e) $1 + a + a = 1$ $a = 0$

f) $\frac{|5-10|}{5a} + 7 = 1$ $a = -\frac{1}{6}$

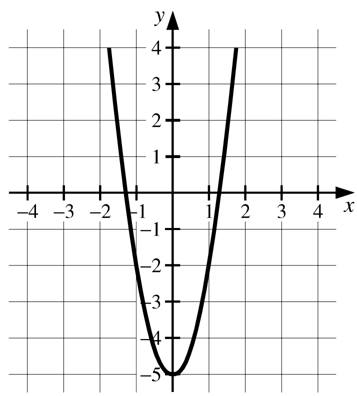
1603. A kimeneten adódó értékek:

a) –1 *b)* 0.

1604. *a)* $x \mapsto 4x-3$

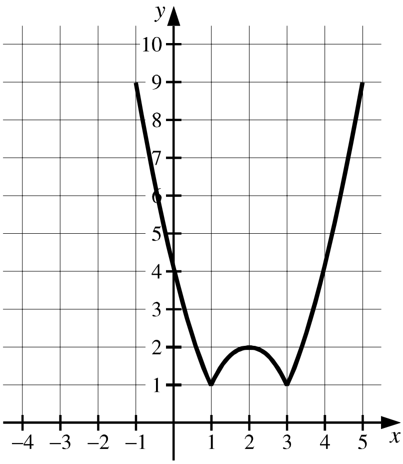


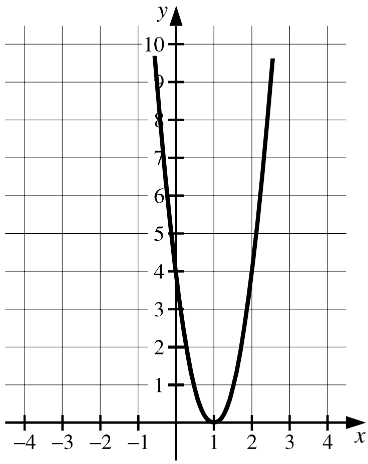
b) $x \mapsto 3(x^2-1)-2 = 3x^2-5$



c) $x \mapsto \left|(x-2)^2 - 1\right| + 1 =$
$= \left|x^2 - 4x + 3\right| + 1$

d) $x \mapsto (2x-2)^2 = 4x^2 - 8x + 4$



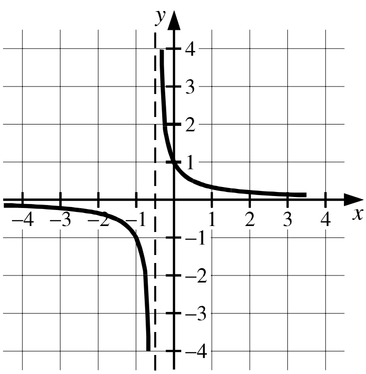


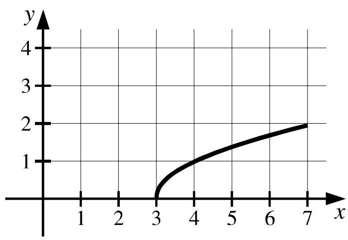
1605. *a)* $f: x \mapsto \dfrac{1}{2x+1}$

$D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x \neq -\dfrac{1}{2} \right\}$

b) $f: x \mapsto \sqrt{x-3}$

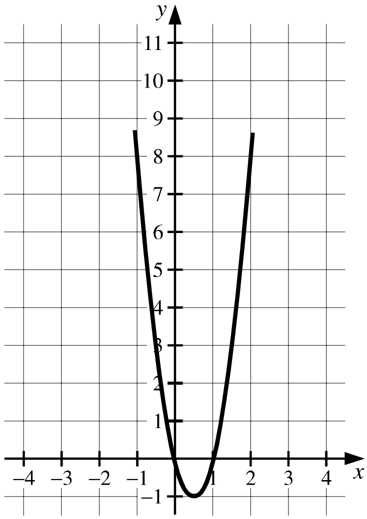
$D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x \geqq 3 \right\}$





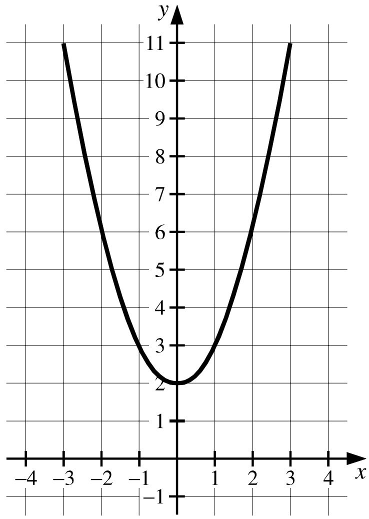
c) $f: x \mapsto \left|(2x-1)^2\right| - 1 = 4x^2 - 4x$

$D_f = \mathbb{R}$



d) $f: x \mapsto \left|x^2+2\right| = x^2+2$

$D_f = \mathbb{R}$



1606. A keresett szabélyokra egy-egy lehetőséget adunk meg.

a) $x \mapsto \frac{1}{3}x$ *b)* $x \mapsto x-7$ *c)* $x \mapsto -\frac{1}{2}x+1$ *d)* $x \mapsto -2x+\frac{20}{7}$

A *d)* esetet részletezve:

$$x \to \boxed{x \mapsto -2x+\frac{20}{7}} \to \boxed{y \mapsto -\frac{1}{2}y+\frac{3}{7}} \to x-1,$$

hiszen

$$-\frac{1}{2}\left(-2x+\frac{20}{7}\right)+\frac{3}{7} = x-\frac{10}{7}+\frac{3}{7} = x-1.$$

1607. Mindegyik esetben hat lehetséges sorrend létezik. Ha a gépeket sorszámozzuk, akkor ezek a következők:

123, 132, 213, 231, 312, 321.

Az eredményül kapott függvényeket ebben a sorrendben megadva:

a) $x \mapsto (2x+3)^2$; $x \mapsto (2x)^2+3$; $x \mapsto (2(x+3))^2$;

$x \mapsto 2(x+3)^2$; $x \mapsto 2x^2+3$; $x \mapsto 2(x^2+3)$.

b) $x \mapsto 3\left(\left|-x\right|-1\right)$; $x \mapsto \left|3(-x)\right|-1$; $x \mapsto 3\left(-\left|x\right|+1\right)$;

$x \mapsto -3\left(-\left|x\right|-1\right)$; $x \mapsto \left|-3x\right|-1$; $x \mapsto -\left|3x\right|+1$.

c) $x \mapsto 2-\frac{1}{2x}$; $x \mapsto \frac{1}{2-2x}$; $x \mapsto 2-\frac{2}{x}$;

$x \mapsto 2\left(2-\frac{1}{x}\right)$; $x \mapsto \frac{1}{2(2-x)}$; $x \mapsto \frac{2}{2-x}$.

1608. Egy-egy megoldás lehet a következő:

a) $y \mapsto 2y-3$ *b)* $x \mapsto 2x-1$ *c)* $x \mapsto \dfrac{x+1}{2}$ *d)* $z \mapsto -z-3$

1609. Természetesen több megoldás is elképzelhető. Egy lehetséges esetet mutat az ábra:

$$x \to \boxed{x \mapsto 2x} \to \boxed{y \mapsto -y+1} \to -2x+1$$

1610. *a)*

$$x \to \boxed{x \mapsto x-1} \to \boxed{y \mapsto y^2+1} \to (x-1)^2+1$$

b)

$$x \to \boxed{x \mapsto (x-1)^2} \to \boxed{y \mapsto y+1} \to (x-1)^2+1$$

c)

$$x \to \boxed{x \mapsto x+1} \to \boxed{y \mapsto (y-2)^2+1} \to (x-1)^2+1$$

1611. *a)*

$$x \to \boxed{x \mapsto x} \to \boxed{y \mapsto \sqrt{y}} \to \sqrt{x}$$

A gépek felcserélésével nem változik a szabály.

b)

$$x \to \boxed{x \mapsto x+1} \to \boxed{y \mapsto \sqrt{y-1}} \to \sqrt{x}$$

A gépeket felcserélve másik szabály adódik: $x \mapsto \sqrt{x-1}+1$.

c)

$$x \to \boxed{x \mapsto 2x+1} \to \boxed{y \mapsto \sqrt{\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}}} \to \sqrt{x}$$

A gépeket felcserélve másik szabály adódik: $x \mapsto 2\sqrt{\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}}+1$.

1612. Egyiket sem. Mindegyik esetben különböző szabályok keletkeznek. Ezeket meg is adjuk.

a) $x \mapsto -4x-4$; $x \mapsto -4x+8$ *b)* $x \mapsto 4x^2-1$; $x \mapsto -2x^2+2$

c) $x \mapsto |-2x|$; $x \mapsto -2|x|$ *d)* $x \mapsto -\dfrac{1}{4x}$; $x \mapsto -\dfrac{1}{x}$.

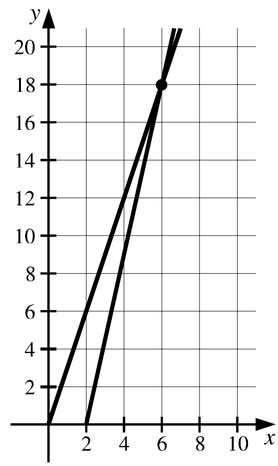
1613. Bármelyik hatványfüggvény megfelelő, hiszen $\left(x^2\right)^n = \left(x^n\right)^2 = x^{2n}$.

Tehát a keresett gép szabálya: $x \mapsto x^n$.

Garfikusan és algebrai úton is megoldható feladatok

1614. Ha az először elinduló menetidejét x-szel jelöljük, akkor az általa megtett út $3x$, a másik által pedig $4{,}5(x-2) = 4{,}5x - 9$. Ábrázoljuk az

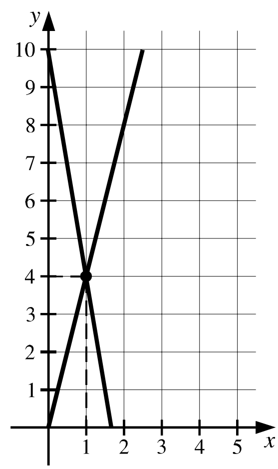
$x \mapsto 3x$ és $x \mapsto 4{,}5x - 9$ függvényeket! Ezek metszéspontja az $x = 6$-nél lesz. Tehát a város távolsága legalább 18 km.



1615. Az egyik gyalogos x óra alatt megtesz $4x$ km-t, a másik $6x$ km-t. Az első gyalogos indulási helyétől mért távolságuk ezért $4x$ ill. $10 - 6x$.

Azt kell megvizsgálni, hogy az $x \mapsto 4x$ ill.

$x \mapsto 10 - 6x$ függvények hol metszik egymást. A metszéspont $x = 1$-nél lesz. A gyalogosok 1 óra múlva az első gyalogos indulási helyétől 4 km-re találkoznak.



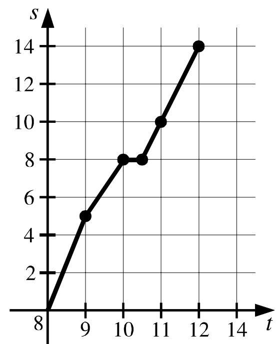
1616. Készítsük el a gyalogos út-idő garfikonját! Erről leolvashatók az adatok:

a) A gyalogos 9 órakor 5 km, 10 óra 30 perckor 8 km, 11 órakor 10 km távolságra volt az indulási helyétől.

b) 8 km távolságra 10 órakor állt meg pihenni.

c) 14 km hosszú utat járt be.

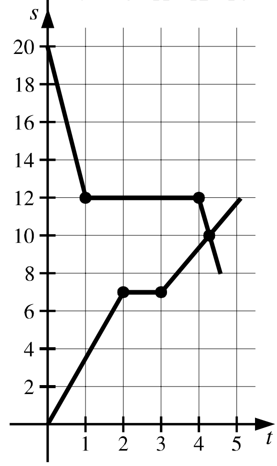
d) 6 km-re 9 óra 20 perckor, 10 km-re 11 órakor, 14 km-re 12 órakor volt.



1617. Közös koordináta-rendszerben ábrázoljuk András és Béla távolságát András indulási helyétől mérve az idő függvényében. Leolvasható, hogy 4 óra elteltével András 9 km-re, Béla 11 km-re lesz, azaz egymástól 2 km-re. Ettől mérve x idő alatt a találkozásig megtesznek $3x$ ill. $4x$ km-t.

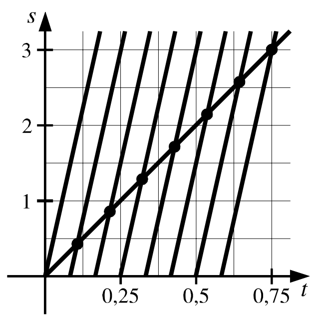
$$3x + 4x = 2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{7}$$

Eszerint $4\frac{2}{7}$ óra múlva találkoznak.



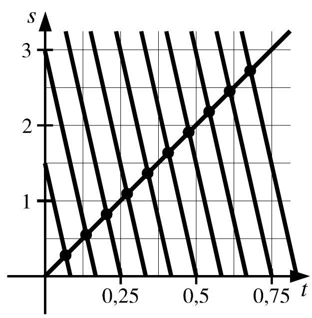
1618. Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben a gyalogos éa a villamosok távolságát a gyalogos indulási helyétől mérve az idő függvényében.

a) A gyalogossal egyirányú villamosok



6 belső pont

A gyalogossal szemben jövő villamosok



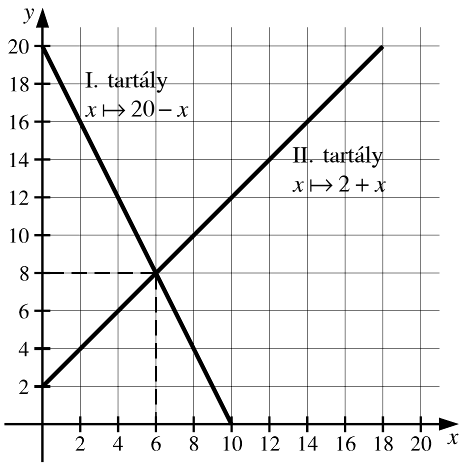
10 belső pont

Azt kell összeszámolnunk, hogy a $\frac{3}{4}$ óra időtartamon belül hány metszéspont van.

A gyalogos út-idő függvénye: $x \mapsto 4x$. A vele egy irányban haladó villamosoké: $x \mapsto 18x - b$, ahol $b = 1{,}5;\ 3;\ ...;\ 9$. A szembe jövő villamosoké: $x \mapsto 18x + b$, ahol $b = 1{,}5;\ 3;\ ...;\ 15$. Az ábrákról leolvasható, hogy 6 azonos irányban és 10 szembejövő, azaz összesen 16 villamossal találkozik.

b) Hasonló gondolatmenet alapján megállapítható, hogy 6 azonos irányban haladó és 10 szembejövő villamossal találkozik ebben az esetben is.

1619. *a)*



I. tartályban levő víz mennyiségét meghatározó függvény:

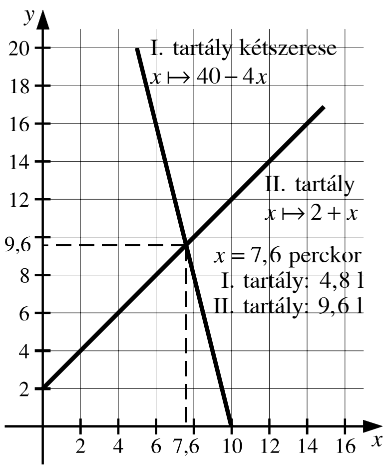
$$x \mapsto 20 - 2x.$$

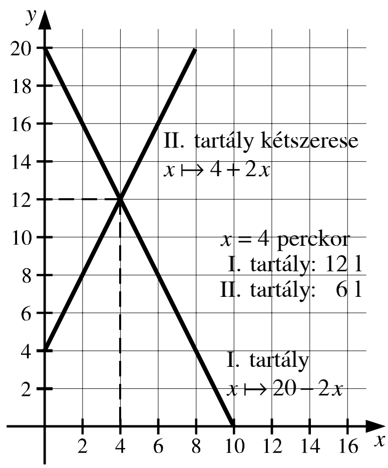
II. tartály:

$$x \mapsto 2 + x.$$

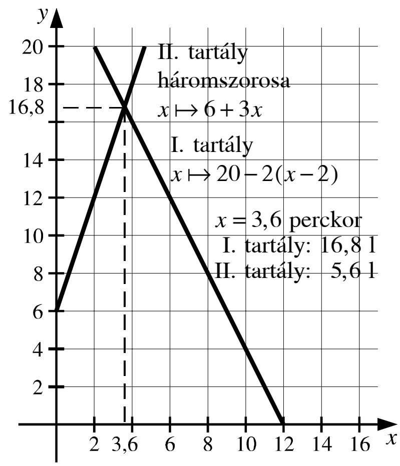
A grafikon alapján $x = 6$ percnél mindkét tartályban 8 l víz van.

b)

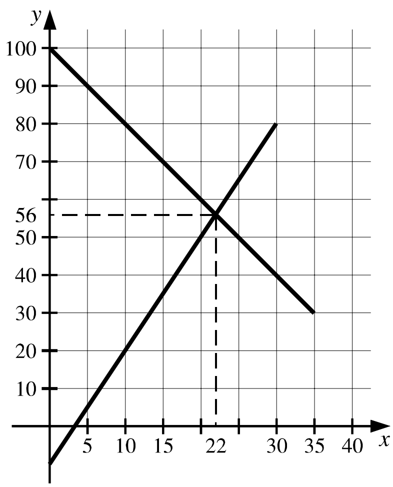




c)



1620.

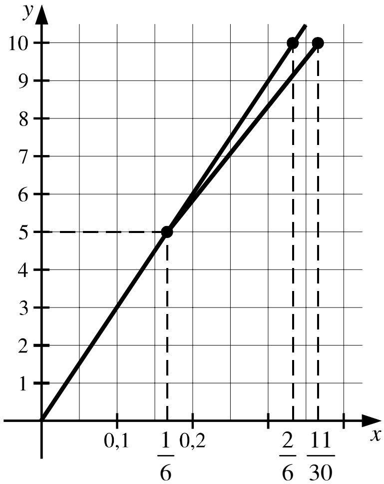


A folyadék hőmérsékletét leíró függvény:

$x \mapsto -10 + 3x$.

A tartályét: $x \mapsto 100 - 2x$.

A két függvény metszéspontja alapján a közös hőmérséklet 56ºC lesz és 22 perc múlva alakul ki.

1621. 

A két lovas $\frac{1}{6}$ áróig együtt haladt. $\frac{1}{6}$ óra múlva az első lovas célba ért, ekkor a második a céltól $5 - 25 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ km-re volt. Ennyivel előzte meg őt az első lovas. A két ló így $\frac{5}{25} - \frac{5}{30} = \frac{1}{30}$ óra időkülönbséggel ért célba.

1622. A szükséges sóoldat mennyisége legyen x. A só mennyiségét figyelembe véve a következő egyenlet írható fel:

$$1000 + \frac{x \cdot 25}{100} = (1000 + x) \cdot \frac{40}{100}$$
$$x = 4000$$

4000 g 25 %-os sóoldatra van szükség.