Térgeometria, térfogatszámítás

2802. *a)* A téglatest térfogata: 5 cm · 6 cm · 8 cm = 240 cm^3, így 240 db kocka keletkezett a vágásokkal.

b) Távolítsuk el a téglatestről azokat a kockákat, amelyeknek valamelyik lapja a téglatest felületén van! (Ezeknek van befestett lapja.) Mivel a kockák éle 1 cm, ezért egy olyan téglatest marad, amelynek élei 3 cm, 4 cm ill. 6 cm hosszúak. Ebben összesen: 3 · 4 · 6 = 72 db kocka található, tehát 72 db kockának nincs egyetlen befestett lapja sem.

c) Azoknak a kockáknak van pontosan két befestett lapja, amelyek a téglatest élei mentén helyezkednek el, kivéve a csúcsokban állókat. (A 8 csúcsban álló kockának három-három befestett lapja van.) Az ilyen kockákból minden él mentén kettővel kevesebb van, mint az él mérőszáma centiméterben. Így ezek száma: 4 · (3 + 4 + 6) = 52 db. Tehát olyan kocka, amelynek legalább két befestett lapja van összesen: 52 + 8 = 60 db található.

d) Az előző eredményekből következik, hogy olyan kocka, amelynek pontosan egy befestett lapja van 240 – 72 – 60 = 108 db található. Ezek felhasználásával egy 12 cm magasságú hasábot építhetünk, hiszen ennek térfogata: 3 cm · 3 cm · 12 cm = = 108 cm^3.

2803. A kockában legfeljebb akkora pálca helyezhető el, mint a testátlójának hossza. A testátló kiszámításához használjuk az ábra jelöléseit: a testátló hossza x cm, a lapátló hossza d cm. Pitagorasz tételének felhasználásával:

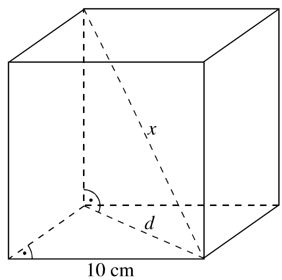
$$d^2 = 10^2 + 10^2 = 200$$

$$x^2 = 10^2 + d^2 = 100 + 200 = 300$$

Innen:

$$x \approx 17{,}32$$

Tehát a testátló 17,32 cm hosszú, így a 18 cm-es pálca nem fér el a kockában.



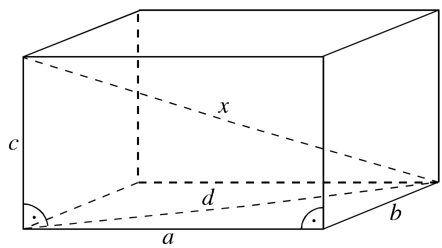
2804. Az ábra jelöléseit felhasználva alkalmazzuk Pitagorasz tételét!

$$d^2 = a^2 + b^2$$

Ezzel:

$$x^2 = d^2 + c^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Tehát a testátló négyzete megegyezik a három egy csúcsba futó él négyzetének összegével. Ezzel a feladatok eredményei:



a) $x^2 = 2^2 + 3^2 + 6^2 = 49$; $x = 7$ cm *b)* $x^2 = 3^2 + 4^2 + 12^2 = 169$; $x = 13$ cm *c)* $x^2 = 4^2 + 5^2 + 20^2 = 441$; $x = 21$ cm

A három eredmény alapján a következő szabály fogalmazható meg:

Ha egy téglatest éleinek hossza k; $k + 1$; $k(k + 1)$ egység, akkor a testátlója $k(k + 1) + 1$ egység hosszú. (ahol: k tetszőleges pozitív szám)

Az állítás bizonyításához meg kell mutatni, hogy a három él négyzetösszege megegyezik a testátló négyzetével. Ez pedig igaz, hiszen:

$$k^2 + (k + 1)^2 + [k(k + 1)]^2 = k^2 + k^2 + 2k + 1 + [k(k + 1)]^2 =$$
$$= [k(k + 1)]^2 + 2k(k + 1) + 1 = [k(k + 1) + 1]^2$$

(A bizonyításban felhasználtuk azt az algebrai azonosságot, hogy: $(u + v)^2 = u^2 + 2uv + v^2$.)

2805.

A hasáb alapja	háromszög	négyszög	ötszög	hatszög
Lapok száma	5	6	7	8
Csúcsok száma	6	8	10	12
Élek száma	9	12	15	18

Jelöljük a lapok, csúcsok ill. élek számát rendre l; c; $é$ betűkkel!

a) Több összefüggést is megfogalmazhatunk a táblázat alapján (ezek könnyen bizonyíthatóak is):

(1) $c = 2l - 4$ (2) $é = 3l - 6$ (3) $3c = 2l$ (4) $l + c = é + 2$

b) Az (1) összefüggés alapján:

$l + 15 = 2l - 4$, innen $l = 19$

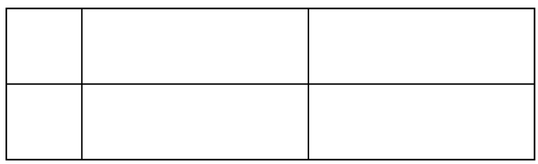
Mivel a lapok száma kettővel több, mint az alapot alkotó sokszög oldalszáma, ezért 17-szög alapú hasáb esetén teljesül a feltétel.

c) Használjuk a (2) összefüggést:

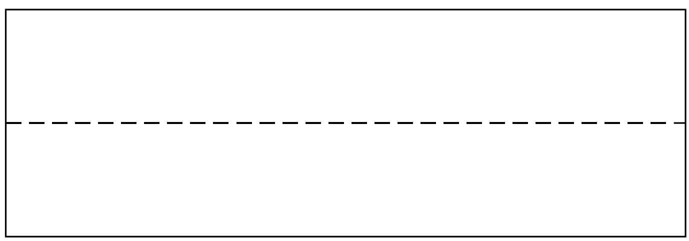
$l + 15 = 3l - 6$, innen $2l = 21$

Mivel a lapok száma egész, ezért nincs olyan hasáb, amelyben a feltétel teljesül. (Hasáboknál az élek és a lapok számának különbsége páros szám!)

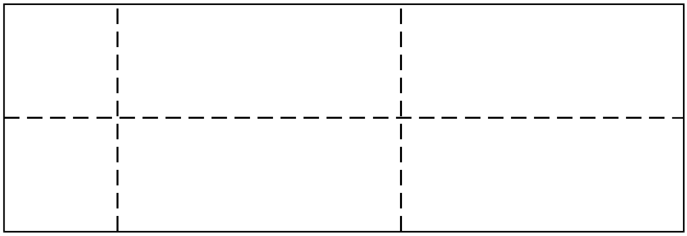
2806. *a)* A hasáb alapjait alkotó négyzeteket rakjuk egymás mellé, majd az ábra szerint helyezzük melléjük az oldallapokat alkotó téglalapokat.



b) Először a téglalapot a rövidebb oldalakra merőlegesen két egybevágó részre vágjuk. (Ha négyzetből indultunk, akkor egyszerűen középvonal mentén kettévágjuk.)



A keletkezett téglalapok egyik végéből levágunk egy-egy négyzetet – ezek a hasáb alapjai –, a maradékot pedig két egybevágó részre vágjuk az ábra szerint:



Így valóban egy négyzet alapú hasáb határoló lapjait kaptuk meg.

2807. A kockának 12 éle van, így egy él hossza: 160 cm. A kocka felszíne: $6 \cdot (160\ \text{cm})^2 = 153\,600\ \text{cm}^2 = 1536\ \text{dm}^2$. A kocka térfogata: $(160\ \text{cm})^3 = 4\,096\,000\ \text{cm}^3 = 4096\ \text{dm}^3$.

2808. Jelöljük a kocka éleinek hosszát a-val, felszínét A-val, térfogatát V-vel. Ekkor: $A = 6 \cdot a^2$, innen $a = \sqrt{\frac{A}{6}}$; $V = a^3$.

a) $A = 24\ \text{cm}^2$; $a = 2$ cm; $V = 8\ \text{cm}^3$

b) $A = 7{,}26\ \text{dm}^2 = 726\ \text{cm}^2$; $a = 11$ cm; $V = 1331\ \text{cm}^3$

c) $A = 1{,}5\ \text{m}^2 = 15\,000\ \text{cm}^2$; $a = 50$ cm; $V = 125\,000\ \text{cm}^3$

2809. Jelöljük a kocka éleinek hosszát a-val, felszínét A-val, térfogatát V-vel. Ekkor: $V = a^3$, innen $a = \sqrt[3]{V}$; $A = 6 \cdot a^2$.

a) $V = 8\ \text{cm}^3$; $a = 2$ cm; $A = 24\ \text{cm}^2$

b) $V = 0{,}001\ \text{dm}^3 = 1\ \text{cm}^3$; $a = 1$ cm; $A = 6\ \text{cm}^2$

c) $V = 0{,}125\ \text{m}^3 = 125\,000\ \text{cm}^3$; $a = 50$ cm; $A = 15\,000\ \text{cm}^2$

2810. $a = 8\ \text{cm} = 0{,}8\ \text{dm}$

$\rho = 0{,}85\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

$m = ?\ \text{kg}$

$V = a^3 = 0{,}512\ \text{dm}^3$

$m = V \cdot \rho = 0{,}4352\ \text{kg}$

A kocka tömege kb. 0,44 kg.

2811. $m = 9{,}6\ \text{kg}$

$\rho = 1{,}2\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

$a = ?$

$V = \frac{m}{\rho} = 8\ \text{dm}^3$

$a = \sqrt[3]{V} = 2\ \text{dm}$

A kocka éle 2 dm hosszú.

2812. Jelöljük a téglatest egy csúcsba futó éleinek hosszát a; b; c-vel, felszínét A-val, térfogatát V-vel. Ekkor $A = 2(ab + ac + bc)$; $V = abc$.

a) $A = 484\ \text{cm}^2$; $V = 0{,}72\ \text{dm}^3$

b) $A = 136\ \text{cm}^2$; $V = 0{,}08\ \text{dm}^3$

c) $A = 632\ \text{cm}^2$; $V = 1{,}056\ \text{dm}^3$

2813. Használjuk az előző megoldás jelöléseit! Ekkor: $A = 2ab + 2ac + 2bc$, innen $c = \dfrac{A - 2ab}{2a + 2b}$; $V = abc$. $a = 8$ cm; $b = 11$ cm.

a) $A = 556\ \text{cm}^2$; $c = 10$ cm; $V = 0{,}88\ \text{dm}^3$

b) $A = 9{,}36\ \text{dm}^2 = 936\ \text{cm}^2$; $c = 20$ cm; $V = 1{,}76\ \text{dm}^3$

c) $A = 7{,}46\ \text{dm}^2 = 746\ \text{cm}^2$; $c = 15$ cm; $V = 1{,}32\ \text{dm}^3$

2814. $A = 2ab + 2ac + 2bc$, innen $a = \dfrac{A - 2bc}{2b + 2c}$; $V = abc$, innen $c = \dfrac{V}{ab}$. A táblázat kitöltésekor figyeljünk a mértékegységek egyeztetésére!

a	b	c	A	V
12 cm	2,1 cm	0,11 cm	**≈ 53,5 cm²**	**2,772 cm³**
2 dm	7 dm	**8 dm**	172 dm²	**112 dm³**
8 cm	0,04 m	1,2 dm	352 cm²	**384 cm³**
9 cm	**13 cm**	11 cm	**718 cm²**	1,287 dm³
0,3 m	5 dm	**6 dm**	**126 dm²**	90 dm³

2815. Az élek hossza: $a = 3x$ cm; $b = 4x$ cm; $c = 5x$ cm. Ekkor $3x + 4x + 5x = 240$, innen: $x = 20$. Tehát a három egy csúcsból induló és 60 cm; 80 cm; 100 cm. Ezzel a téglatest felszíne: $376\ \text{dm}^2$; térfogata: $480\ \text{dm}^3$.

2816. *a)* A feltételek szerint: $a = \dfrac{2}{3}b$ és $a = 1{,}5c$. Innen $b = \dfrac{3}{2}a$ és $c = \dfrac{2}{3}a$.

Írjuk fel a téglatest térfogatát!

$$216\ \text{cm}^3 = abc = a \cdot \frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{2}a = a^3$$

Vagyis $a = 6$ cm, így $b = 9$ cm, $c = 4$ cm.

b) A téglatest felszíne: $A_t = 2ab + 2bc + 2ca = 228\ \text{cm}^2$. A kocka élének hosszát a térfogat ismeretében tudjuk meghatározni: $216\ \text{cm}^3 = a^3$, innen $a = 6$ cm. Így a kocka felszíne: $A_k = 6 \cdot a^2 = 216\ \text{cm}^2$. Ezzel megadhatjuk a téglatest és a kocka felszínének arányát:

$$\frac{A_t}{A_k} = \frac{228\ \text{cm}^2}{216\ \text{cm}^2} = \frac{19}{18}$$

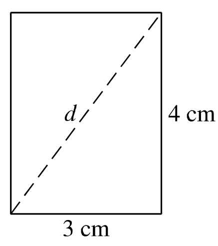
2817. A metszet egyik oldala a téglatest alaplapjának átlója, ennek hosszát Pitagorasz tétele alapján kiszámíthatjuk:

$$d^2 = (4\ \text{cm})^2 + (3\ \text{cm})^2$$

Innen:

$$d = 5\ \text{cm}$$

Mivel a metszet a feltételek szerint négyzet, ezért a téglatest harmadik éle (magassága) is 5 cm. A téglatest felszíne: $A = 94\ \text{cm}^2$.



2818. Legyen a kocka egy lapjának területe T. Ekkor a kocka felszíne $6T$, a keletlkezett testek felszínének összege $18T$. Észrevehetjük, hogy egy síkkal elvágva a kockát a felszín $2T$-vel növekszik meg. Mivel $18T = 6T + 6 \cdot 2T$, ezért a kockát 6 síkkal vágtuk el.

2819. Mivel az edényt a harmadrészéig töltöttük fel, ezért az edényben lévő víz térfogata: $V = 6\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 216\text{ cm}^3$. Éppen ekkora a kocka térfogata is a feltétel szerint, így a kocka a élének hosszára: $a^3 = 216\text{ cm}^3$ adódik. Innen a kocka éle: $a = 6$ cm.

2820. Jelöljük az 1 másodperc alatt kifolyó $V = 16$ liter víz által beborított út hosszát x dm-rel! Ekkor:

$$16\text{ liter} = 4\text{ m} \cdot 1\text{ mm} \cdot x\text{ dm}$$

Megfelelő mértékegységeket kialakítva:

$$16\text{ dm}^3 = 40\text{ dm} \cdot 0{,}01\text{ dm} \cdot x\text{ dm}$$

Innen:

$$x = 40$$

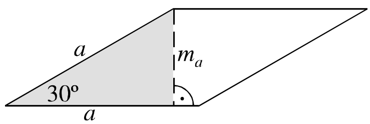
Tehát az 1 másodperc alatt kifolyó víz 40 dm = 4 m hosszú utat borít be, így a gépkocsi sebessége $v = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 14{,}4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

2821. Jelöljük a hasáb alapélének hosszát x-szel! Ekkor a feltétel szerint magassága $2x$, így a felszíne: $490\text{ cm}^2 = 2x^2 + 4 \cdot x \cdot 2x$. Innen $490\text{ cm}^2 = 10x^2$, tehát $x = 7$ cm. Vagyis a hasáb alapélei 7 cm hosszúak, magassága 14 cm, így térfogata: $V = (7\text{ cm})^2 \cdot 14\text{ cm} = 686\text{ cm}^3$.

2822. Jelöljük a hasáb alapélének hosszát a-val! Ekkor magassága $m = \frac{2}{3}a$; térfogata $V = 144\text{ cm}^3$. $V = a^2m$, ezért: $144\text{ cm}^3 = a^2 \cdot \frac{2}{3}a$. Innen: $a^3 = 216\text{ cm}^3$, azaz: $a = 6$ cm; $m = 4$ cm. A hasáb felszíne: $A = 2a^2 + 4am = 168\text{ cm}^2$.

2823. A téglatest alapélei a; b, magassága c. A feltételek szerint: $a = 3x$; $b = 4x$ és $2a + 2b = 98$ cm. Innen: $14x = 98$ cm, $x = 7$ cm. Tehát az alapélek $a = 21$ cm; $b = 28$ cm. $V = abc$, ezért: $7056\text{ cm}^3 = 21\text{ cm} \cdot 28\text{ cm} \cdot c$, azaz: $c = 12$ cm. A téglatest felszíne: $A = 2ab + 2bc + 2ca = 2352\text{ cm}^2$.

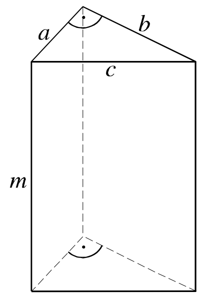
2824. A rombusz megrajzolt m_a magassága egy olyan háromszöget vág le a rombuszból, amely egy szabályos háromszög fele, így $m_a = \frac{a}{2} = 6$ cm. Ezzel a hasáb térfogata:



$a = 12$ cm
$m = 10$ cm
$V = ?$

$$V = Tm = a \cdot m_a \cdot m =$$
$$= 12\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} =$$
$$= 720\text{ cm}^3$$

2825. $b = 0{,}8$ dm $= 8$ cm
$c = 10$ cm
$V = 264$ cm^3
$A = ?$



Pitagorasz tétele alapján:

$$a^2 = c^2 - b^2$$

Így:

$$a = 6 \text{ cm}$$

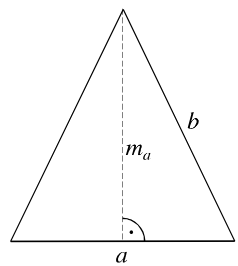
$V = Tm = \dfrac{ab}{2} \cdot m$, innen:

$$m = \frac{2V}{ab} = 11 \text{ cm}$$

A hasáb felszíne:

$$A = 2T + (a + b + c)m =$$
$$= ab + (a + b + c)m = 312 \text{ cm}^2$$

2826. $a = 10$ cm
$b = 13$ cm
$A = 300$ cm^2
$m = ?$
$V = ?$

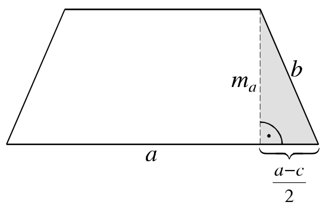


Az alaplapot alkotó háromszög m_a magasságára Pitagorasz tétele alapján felírhatjuk, hogy: $m_a^2 = b^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_a = 12$ cm. Így az alapterület: $T = \dfrac{a \cdot m_a}{2} = 60 \text{ cm}^2$. $A = 2T_a + (a + 2b)m$, így: $m = \dfrac{A - 2T_a}{a + 2b} = 5 \text{ cm}$.
A hasáb térfogata: $V = T \cdot m = 300$ cm^3.

2827. $V = 43{,}2$ dm^3 $= 43\,200$ cm^3
$T = 720$ cm^2
$K = 164$ cm
$A = ?$

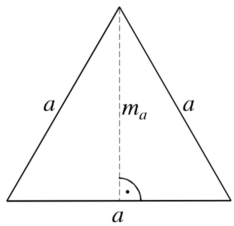
$V = T \cdot m$, innen: $m = \dfrac{V}{T} = 60 \text{ cm}$. $A = 2T + K \cdot m = 11\,280$ cm^2 $= 112{,}8$ dm^2.

2828. $a = 3{,}5$ dm
$b = 1{,}3$ dm
$c = 2{,}5$ dm
$m = 32$ cm $= 3{,}2$ dm
$A = ?$
$V = ?$



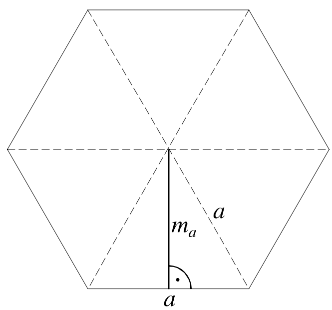
Az alaplapot alkotó trapéz magassága Pitagorasz tétele alapján számítható: $m_a^2 = b^2 - \left(\frac{a-c}{2}\right)^2$, innen: $m_a = 1{,}2$ dm. Az alapterület: $T = \frac{a+c}{2} \cdot m_a = 3{,}6 \text{ dm}^2$. $V = Tm = 11{,}52 \text{ dm}^3$. $A = 2T + (a + 2b + c)m = 17{,}52 \text{ dm}^2$.

2829. $a = 12$ cm
$m = 12$ cm
$A = ?$
$V = ?$



Az alaplapot alkotó háromszög magassága Pitagorasz tétele alapján számítható: $m_a^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_a \approx 10{,}39$ cm. Az alapterület: $T = \frac{a \cdot m_a}{2} \approx 62{,}35 \text{ cm}^2$. $A = 2T + 3a \cdot m \approx 556{,}7 \text{ cm}^2$, $V = T \cdot m \approx 748{,}2 \text{ cm}^3$.

2830. $a = 8$ cm
$m = 11$ cm
$A = ?$
$V = ?$

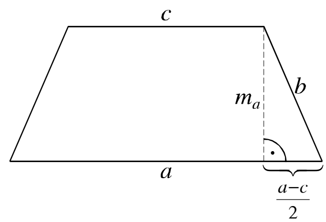


A szabályos hatszöget 6 db szabályos háromszögre darabolhatjuk fel. Egy ilyen szabályos háromszög m_a magasságát Pitagorasz tételével számíthatjuk ki: $m_a^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_a \approx 6{,}93$ cm.

Az alapterület: $T = 6 \cdot \frac{a \cdot m_a}{2} = 3a \cdot m_a \approx 166{,}3 \text{ cm}^2$. $A = 2T + 6a \cdot m \approx 860{,}5 \text{ cm}^2$, $V = T \cdot m \approx$

$= 1829\ \text{cm}^3$.

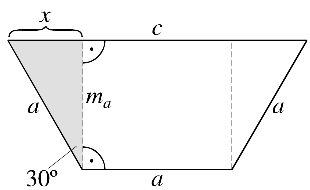
2831. $a = 16$ cm
$b = 5$ cm
$c = 8$ cm
$V = 468\ \text{cm}^3$
$A = ?$



A trapéz magassága Pitagorasz tétele alapján számítható ki: $m_a^2 = b^2 - \left(\frac{a-c}{2}\right)^2$, innen: $m_a = 3$ cm. Így az alapterület: $T = \frac{a+c}{2} m_a = 36\ \text{cm}^2$. $V = T \cdot m$, így $m = \frac{V}{T} = 13\ \text{cm}$. $A = 2T + (a + 2b + c)m = 514\ \text{cm}^2$.

2832. Az árokban folyó víz 1 perc = 60 másodperc alatt $0{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60\ \text{s} = 48\ \text{m}$ hosszú utat tesz meg. Így az árok keresztmetszetén 1 perc alatt annyi víz folyik át, amennyi egy 48 m hosszú részben található, azaz: $1\ \text{m} \cdot 0{,}5\ \text{m} \cdot 48\ \text{m} = 24\ \text{m}^3$.

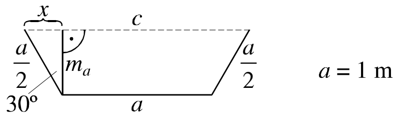
2833. *a)* Határozzuk meg először az árok keresztmetszetének területét! Ha megrajzoljuk a trapéz magasságát, akkor az egy olyan háromszöget vág le a trapézból, amely egy szabályos háromszög fele, így $x = \frac{a}{2} = 0{,}5\ \text{m}$, és $c = 2$ m.



$a = 1$ m

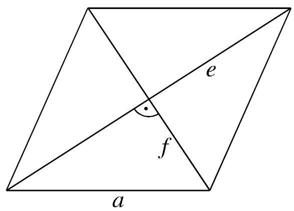
A trapéz magassága Pitagorasz tétele alapján: $m_a^2 = a^2 - x^2$, innen $m_a \approx 0{,}866$ m. A trapéz területe: $T = \frac{a+c}{2} \cdot m_a \approx 1{,}3\ \text{m}^2$. Így az árokban található víz térfogata: $V = T \cdot 100\ \text{m} \approx 130\ \text{m}^3$.

b) Az *a)* részhez hasonlóan gondolkodhatunk. Itt: $x = \frac{a}{4} = 0{,}25$ m, $m_a \approx 0{,}433$ m, $c = 1{,}5$ m. Az alapterület: $T = \frac{a+c}{2} \cdot m_a \approx 0{,}541\ \text{m}^2$. Így az árokban található víz térfogata: $V = T \cdot 100$ m $\approx 54{,}1$ m^3.



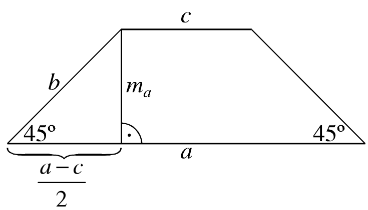
c) Az árokban található víz térfogata: $V \approx 77$ m^3.

2834. $a = 5$ cm
$e = 8$ cm
$m = a = 5$ cm
$V = ?$
$A = ?$



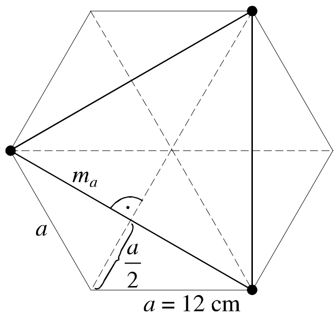
A rombusz átlói merőlegesek, ezért Pitagorasz tétele alapján: $\left(\frac{f}{2}\right)^2 = a^2 - \left(\frac{e}{2}\right)^2$, innen: $f = 6$ cm. Így a rombusz területe: $T = \frac{e \cdot f}{2} = 24\ \text{cm}^2$.
$V = T \cdot m = 120$ cm^3.
$A = 2T + 4a \cdot m = 148$ cm^2.

2835. $a = 20$ cm
$c = 12$ cm
$m = 12$ cm
$A = ?$
$V = ?$



A trapéz magasságvonala az ábra szerint egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget vág le a trapézból, így $m_a = \frac{a-c}{2} = 4$ cm. Pitagorasz tétele alapján: $b^2 = m_a^2 + \left(\frac{a-c}{2}\right)^2$, innen: $b \approx 5{,}66$ cm. A trapéz területe: $T = \frac{a+c}{2} \cdot m = 64\ \text{cm}^2$. $V = T \cdot m =$ $= 768$ cm^3. $A = 2T + (a + 2b + c)m \approx$ $= 648$ cm^2.

2836. A legnagyobb térfogató háromszög alapú hasábot akkor kapjuk, ha a hatszögből a legnagyobb területű szabályos háromszöget vágjuk ki. Ez akkor keletkezik, ha a hatszög három, páronként nem szomszédos csúcsát kötjük össze. Ennek területe (az ábráról könnyen leolvashatóan) fele a hatszög területének. A szabályos háromszög oldala kétszer akkora, mint a hatszöget alkotó 6 db szabályos háromszög magassága.

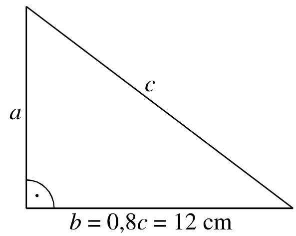


a) Pitagorasz tétele alapján: $m_a^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_a \approx 10{,}4$ cm. A hatszög területe:

$T_h = 6 \cdot \frac{a \cdot m_a}{2} = 3 \cdot a \cdot m_a \approx 374\ \text{cm}^2$. A háromszög területe: $T = \frac{1}{2} T_h \approx 187\ \text{cm}^2$. A hatszög alapú hasáb felszíne: $A_h = 2T_h + 6a \cdot m \approx 3340\ \text{cm}^2$. A háromszög alapú hasáb felszíne: $A = 2T + 3 \cdot 2m_a \cdot m \approx 2619\ \text{cm}^2$.

b) A hatszög alapú hasáb térfogata: $V_h = T_h \cdot m \approx 13\,468\ \text{cm}^3$. A háromszög alapú hasáb térfogata: $V = T \cdot m \approx 6734\ \text{cm}^3$.

2837. A feltételből következik, hogy:
$c = 15$ cm
$m = 15$ cm
$A = ?$
$V = ?$

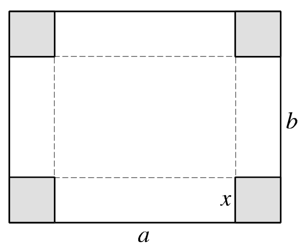


Pitagorasz tétele alapján: $a^2 = c^2 - b^2$, innen: $a = 9$ cm. Az alaplap területe:

$T = \frac{ab}{2} = 54\ \text{cm}^2$.

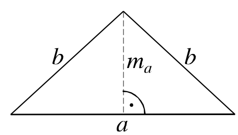
$A = 2T + (a + b + c)m = 648\ \text{cm}^2$.
$V = T \cdot m = 810\ \text{cm}^3$.

2838. $a = 36$ cm
$b = 28$ cm
$x = 6$ cm



A keletkezett téglatest élei: $a - 2x = 24$ cm; $b - 2x = 16$ cm; $x = 6$ cm, így térfogata: $24\ \text{cm} \cdot 16\ \text{cm} \cdot 6\ \text{cm} = 2304\ \text{cm}^3$. Így az edénybe kb. 2,3 l folyadék fér.

2839. $b = \frac{5}{8} a$
$m = 12$ cm



A feltétel szerint: $(a + 2b) \cdot m = 648\ \text{cm}^2$. Innen $a + 2b = 54$ cm, így: $a = 24$ cm; $b = 15$ cm. Pitagorasz tétele alapján: $m_a^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_a = 9$ cm. Az alapterület: $T = \frac{a \cdot m_a}{2} = 108\ \text{cm}^2$. A térfogata: $V = T \cdot m = 1296\ \text{cm}^3$.

2840. 8 db egybevágó hasábra.

2841. Van ilyen gúla, elegendő, ha az egyik oldalél merőleges az alapra.

2842.

Oldallapok száma	3	4	5	6	9	18
Lapok száma	4	5	6	7	10	19
Élek száma	6	8	10	12	18	36
Csúcsok száma	4	5	6	7	10	19

Jelöljük a lapok, élek, csúcsok számát rendre *l*; *é*; *c* betűkkel. Ekkor több összefüggés is megfogalmazható:

(1) $l = c$ (2) $é = 2(l - 1)$

Az (1) és (2) összefüggésből következik, hogy: $l + c = é + 2$.

2843. Pitagorasz tétele alapján: $e^2 = m_0^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ ill. $m_0^2 = m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$. Ezeket felhasználva a feladatok eredményei:

a) $e = 10$ cm *b)* $m_0 = 120$ cm *c)* $a = 2$ dm *d)* $m = 40$ cm

e) $m_0 = 39$ cm *f)* $a = 16{,}8$ dm *g)* $m = 12$ dm

2844. $A = a^2 + 4 \cdot \frac{am_0}{2} = a^2 + 2am_0$. Ezt felhasználva:

a) $A = 297\ \text{cm}^2$ *b)* $A = 33{,}12\ \text{cm}^2$ *c)* $A = 892{,}84\ \text{cm}^2$

A további feladatokban használjuk fel, hogy: $e^2 = m_0^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ ill. $m_0^2 = m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$. Így a feladatok eredményei:

d) $A = 340\ \text{cm}^2$ *e)* $A = 1344\ \text{dm}^2$ *f)* $A = 41{,}16\ \text{cm}^2$

g) $A = 2400\ \text{cm}^2$ *h)* $A = 1200\ \text{dm}^2$

2845. $V = \frac{a^2 m}{3}$. Ezt felhasználva:

a) $V = 240\ \text{cm}^3$ *b)* $V = 2{,}376\ \text{dm}^3$ *c)* $V \approx 277{,}3\ \text{cm}^3$

A további feladatokban használjuk fel, hogy: $m_0^2 = m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$. Így a feladatok megoldása:

d) $V = 512\ \text{dm}^3$ *e)* $V = 10{,}8\ \text{dm}^3$ *f)* $V = 131{,}712\ \text{dm}^3$

g) $V = 1728\ \text{dm}^3$ *h)* $V = 105{,}456\ \text{cm}^3$ *i)* $V = 699{,}84\ \text{dm}^3$

2846. $a = 2{,}4$ m
$m_0 = 2{,}2$ m
$A = ?$

$$A = 4 \cdot \frac{am_0}{2} = 2am_0 = 10{,}56\ \text{m}^2$$

2847. $a = 11$ m
$m_0 = 10$ m
$A = ?$

$$A = 4 \cdot \frac{am_0}{2} = 2am_0 = 220\ \text{m}^2$$

Mivel 1 m^2-re 16 cserép kell, ezért a tetőre $16 \cdot 220 = 3520$ db cserép kell. Mivel a törésekre 5 %-ot számítunk, ezért a befedéshez szükséges x db cserépre teljesül, hogy: $0{,}95 \cdot x = 3520$. Innen: $x \approx 3705{,}2$. Tehát 3706 db cserép kell a befedéshez.

2848. $V = \dfrac{a^2m}{3}$, innen: $m = \dfrac{3V}{a^2}$. Ezt felhasználva a feladatok eredményei:

a) $m = 27$ cm *b)* $m = 1{,}5$ dm *c)* $m = 17$ cm
d) $m = 15$ cm *e)* $m = 5$ dm

2849. $A = a^2 + 2am_0$, innen: $m_0 = \dfrac{A - a^2}{2a}$. Ezt felhasználva a feladatok eredményei:

a) $m_0 = 8$ cm *b)* $m_0 = 4{,}4$ dm *c)* $m_0 = 16$ cm
d) $m_0 = 11$ cm *e)* $m_0 = 0{,}89$ dm

2850. Használjuk fel, hogy $m_0^2 = m^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$ ill. $V = \dfrac{a^2m}{3}$.

a) $V = 64\ \text{cm}^3$ *b)* $V = 10\,800\ \text{cm}^3$ *c)* $V = 16{,}464\ \text{cm}^3$
d) $V = 109{,}85\ \text{dm}^3$ *e)* $V = \dfrac{8}{27}\ \text{dm}^3$

2851. Használjuk fel, hogy: $V = \dfrac{a^2m}{3}$, innen: $m = \dfrac{3V}{a^2}$; $m_0^2 = m^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$ ill. $A = a^2 + 2am_0$.

a) $m = 4$ dm; $m_0 = 5$ dm; $A = 96\ \text{dm}^2$

b) $m = 5$ cm; $m_0 = 13$ cm; $A = 1200\ \text{cm}^2$

c) $m = 12$ cm; $m_0 = 13$ cm; $A = 360\ \text{cm}^2$

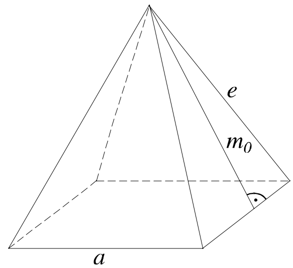
d) $m = 2{,}1$ dm; $m_0 = 3{,}5$ dm; $A = 70{,}56\ \text{dm}^2$

e) $m = 0{,}55$ dm; $m_0 = 1{,}43$ dm; $A = 14{,}52\ \text{dm}^2$

2852. Használjuk fel, hogy: $A = a^2 + 2am_0$, innen: $m_0 = \dfrac{A - a^2}{2a}$; illetve: $m^2 = m_0^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$.

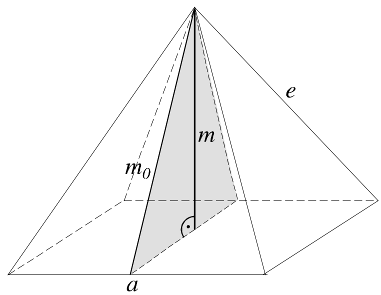
a) $m_0 = 5$ dm; $m = 3$ dm
b) $m_0 = 13$ cm; $m = 5$ cm
c) $m_0 = 15$ dm; $m = 12$ dm
d) $m_0 = 9{,}1$ dm; $m = 8{,}4$ dm
e) $m_0 = 8{,}5$ cm; $m = 6{,}8$ cm

2853. $a = 20$ cm
$e = 26$ cm
$A = ?$
Pitagorasz tétele alapján:
$m_0^2 = e^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_0 = 24$ cm;
$A = a^2 + 2am_0 = 1360$ cm^2.



2854. Használjuk a 2843. feladat jelöléseit! Ekkor a feltétel alapján: $0{,}65a^2 = \dfrac{am_0}{2}$. Innen adódik, hogy: $m_0 = 1{,}3a$. $A = a^2 + 2am_0 = 3{,}6a^2$, így $a = 10$ cm; $m_0 = 13$ cm. Ekkor a test magassága Pitagorasz tétele alapján: $m^2 = m_0^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$, innen: $m = 12$ cm. Így a test térfogata: $V = \dfrac{a^2 m}{3} = 400 \text{ cm}^3$.

2855. $a = 16$ cm
$m = 6$ cm
A két gúla felszínének összege az ábrán besatírozott háromszög területének kétszeresével lesz nagyobb az erdeti gúla felszínénél. A háromszög alapja egyenlő a gúla alapélével, magassága a gúla magasságával, így területe: $T = \dfrac{am}{2} = 48 \text{ cm}^2$. Tehát a felszín növekedése 96 cm^2.



2856. Folytassuk az előző feladat megoldásának gondolatmenetét! Ekkor a felületnövekedés $4T$, ahol: $T = \dfrac{am}{2}$, az egyik sík által kivágott háromszög területe. Határozzuk meg tehát a test magasságát!

$a = 24$ cm
$A = 1200$ cm^2
$m = ?$

$A = a^2 + 2am_0$, innen: $m_0 = \dfrac{A - a^2}{2a}$. Adatokkal: $m_0 = 13$ cm. Pitagorasz tétele szerint: $m^2 = m_0^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$, így $m = 5$ cm. Tehát a felszín növekedése: $4T = 4 \cdot \dfrac{am}{2} = 2am = $ $= 240 \text{ cm}^2$.

2857. $a = 228$ m
$m = 145$ m
$\rho = 2{,}4 \ \dfrac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 2{,}4 \ \dfrac{\text{t}}{\text{m}^3}$

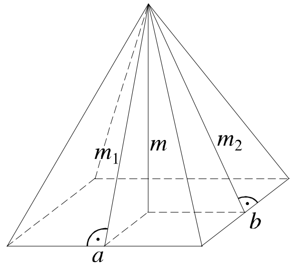
A piramis térfogata: $V = \dfrac{a^2 m}{3} = 2\,512\,560 \text{ m}^3$. Így a felhasznált kő tömege: $V\rho = 6\,030\,144$ tonna.

2858. $a = 40$ cm
$m = 20$ cm
$V = ?$
$A = ?$
$e = ?$

$V = \dfrac{a^2 m}{3} \approx 10\,667 \text{ cm}^3$. Pitagorasz tétele alapján: $m_0^2 = m^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$, így $m_0 \approx 28{,}28$ cm.

A felszíne: $A = a^2 + 2am_0 \approx 3863$ cm^2. Az oldaléle Pitagorasz tétele alapján: $e^2 = m_0^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = m^2 + 2 \cdot \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$, innen: $e \approx 34{,}64$ cm.

2859. *a)* $a = 10$ cm
$b = 18$ cm
$m = 12$ cm
$A = ?$
$V = ?$

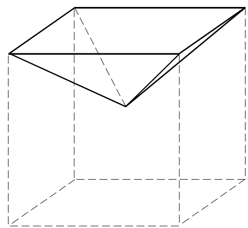


Pitagorasz tétele alapján: $m_1^2 = m^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ill. $m_2^2 = m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$. Adatokkal: $m_1 = 15$ cm; $m_2 = 13$ cm. A gúla felszíne és térfogata: $A = ab + 2 \cdot \frac{am_1}{2} + 2 \cdot \frac{bm_2}{2} = ab + am_1 + bm_2 = 564\ \text{cm}^2$; $V = \frac{abm}{3} = 720\ \text{cm}^3$. Ugyanígy járhatunk el a *b)* ill. *c)* feladat megoldásánál is.

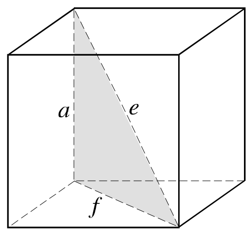
b) $A = 16{,}2996\ \text{dm}^2$; $V = 3{,}53736\ \text{dm}^3$

c) $A \approx 250{,}4\ \text{cm}^2$; $V = 192\ \text{cm}^3$

2860. *a)* A keletkezett gúla alapéleinek hossza megegyezik a kocka élének hosszával, oldaléleinek hossza pedig fele a kocka testátlójának. Határozzuk meg tehát a kocka testátlójának hosszát!



Jelölje a a kocka élének hosszát, f az egyik lap átlójának hosszát, e a testátló hosszát! Ekkor az ábrán megjelölt háromszögre alkalmazva a Pitagorasz tételét:



$$f^2 + a^2 = e^2 \qquad (1)$$

Ugyanakkor az f átló hosszát szintén Pitagorasz tétele alapján számíthatjuk:

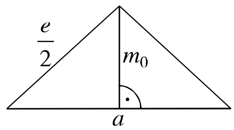
$$f^2 = a^2 + a^2 \qquad (2)$$

A két összefüggésből:

$$e^2 = 3a^2, \text{ így } e = \sqrt{3}a.$$

Adatainkkal: $e \approx 34{,}64$ cm. Vagyis a gúla oldaléleinek hossza: $\approx 17{,}32$ cm.

b) A felszín meghatározásához szükségünk van a gúla oldallapjainak magasságára. Ezt ismét Pitagorasz tétele alapján számíthatjuk ki:



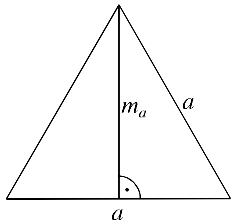
$$m_0^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{e^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2 - a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$$

Tehát $m_0 \approx 14{,}14$ cm. Ezzel a gúla felszíne:

$$A = a^2 + 4 \cdot \frac{am_0}{2} = a^2 + 2am_0 \approx 965{,}7 \text{ cm}^2$$

c) A gúla térfogata a kocka térfogatának hatodrésze, hiszen ha minden lap csúcsait összekötjük a kocka középpontjával, akkor hat egybevágó gúlát kapunk, amelyek térfogatának összege egyenlő a kocka térfogatával. Tehát: $V = \frac{a^3}{6} \approx 1333 \text{ cm}^3$.

2861. Először határozzuk meg az alaplap területét!

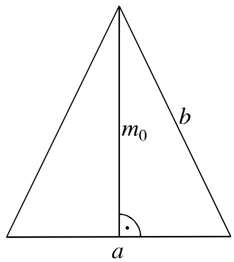


$a = 10$ cm

$m_a^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_a \approx 8{,}66$ cm

$T_a = \frac{am_a}{2} \approx 43{,}3 \text{ cm}^2$

Az oldallapok területe:



$a = 10$ cm
$b = 13$ cm

$m_0^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_0 = 12$ cm

$T_0 = \frac{am_0}{2} = 60 \text{ cm}^2$

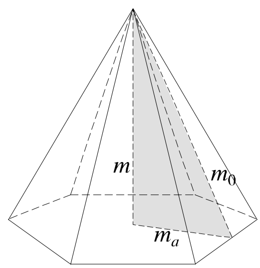
Így a gúla felszíne:

$$A = T_a + 3T_0 \approx 223{,}3 \text{ cm}^2.$$

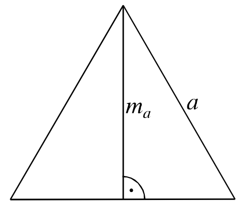
2862. A gúla alaplapja 6 db $a = 8$ cm oldalú szabályos háromszögre bontható. Egy háromszög területe: $T_\Delta = \frac{am_a}{2}$, ahol: $m_a^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$. Így $T = 6 \cdot T_\Delta = 3am_a \approx 166{,}28 \text{ cm}^2$. A gúla térfogata: $V = \frac{Tm}{3} \approx 332{,}55 \text{ cm}^3$.

2863. A gúla alaplapjának területét a 2862. Feladat megoldása szerint számíthatjuk. A gúla felszíne: $A = T_a + 6T_0 = T_a + 3am_0 \approx 1022 \text{ cm}^2$.

2864. Mivel az oldallapok az alaplappal 45º-os szöget zárnak be, ezért az a háromszög, amelyet valamely oldallap magassága a test magasságvonalával meghatároz (ábra) egyenlő szárú derékszögű háromszög. Ezért $m_a = m = 10$ cm. Ebből következik, hogy az alaplap 6 db olyan szabályos háromszögből áll, amelyek magassága $m_a = 10$ cm.



Ekkor Pitagorasz tétele szerint: $a^2 = \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + m_a^2$. Innen: $\dfrac{3a^2}{4} = m_a^2$, azaz $a^2 = \dfrac{4}{3} m_a^2$. Adatokkal: $a \approx 11{,}55$ cm. Így a gúla alapterülete: $T_a = 6 \cdot \dfrac{am_a}{2} = \quad = 3am_a \approx 346{,}4\ \text{cm}^2$.

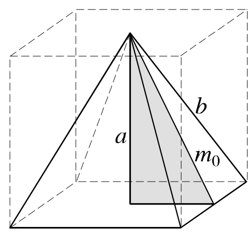


Az oldallappok magassága Pitagorasz tétele alapján: $m_0^2 = m_a^2 + m^2$, innen $m_0 \approx 14{,}14$ cm. Így a gúla felszíne: $A = T_a + 6 \cdot T_0 =$
$= T_a + 3am_0 \approx 836{,}3\ \text{cm}^2$.

2865. A kocka felszíne: $A_k = 6a^2$, innen $a = 7$ cm.

a) A gúla magassága egyenlő a kocka élének hosszával, így térfogata: $V = \dfrac{a^2 \cdot a}{3} \approx$
$\approx 114{,}3\ \text{cm}^3$.

b) Az oldallapok magassága Pitagorasz tétele szerint: $m_0^2 = a^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_0 \approx 7{,}83$ cm. Ezzel a gúla felszíne: $A = a^2 + 4 \cdot \dfrac{am_0}{2} \approx$
$\approx 158{,}57\ \text{cm}^2$.



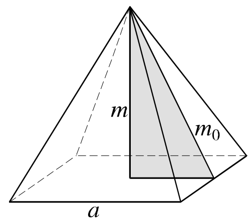
c) Az oldalélek hosszát Pitagorasz tétele alapján számolhatjuk: $b^2 = \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + m_0^2$, innen $b \approx 8{,}57$ cm.

2866. Határozzuk meg először a gúla felszínét!

$a = 10$ cm

$m = 12$ cm

Pitagorasz tétele alapján: $m_0^2 = m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen $m_0 = 13$ cm.



Ezzel a gúla felszíne: $A = a^2 + 4\cdot\frac{am_0}{2} = a^2 + 2am_0 = 360\ \text{cm}^2$. A feltétel szerint ekkora a hasáb felszíne is. Jelöljük a hasáb magasságát x-szel. Ekkor a hasáb felszíne: $A_h = 2a^2 + 4ax$, innen: $x = 4$ cm. Ezzel a hasáb térfogata: $V = a^2 \cdot x = 400\ \text{cm}^3$.

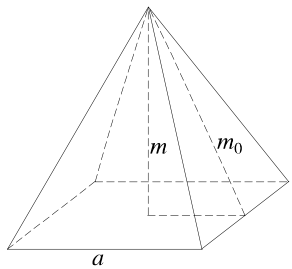
2867. Jelöljük az alapél hosszát a-val, az oldallapok magasságait m_0-val. Ekkor a feltétel szerint: $2a^2 = 4\cdot\frac{am_0}{2}$. Innen: $2a^2 = 2am_0$, azaz $a = m_0$.

2868. *a)* $A = 273\ \text{cm}^2$

$a = 7$ cm

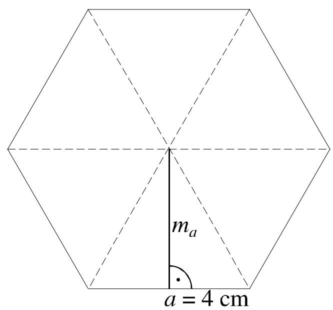
$A = a^2 + 2am_0$, innen: $m_0 = 16$ cm.

Pitagorasz tétele alapján: $m^2 = m_0^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen: $m \approx 15{,}61$ cm. A gúla térfogata: $V = \frac{a^2m}{3} \approx 255\ \text{cm}^3$.

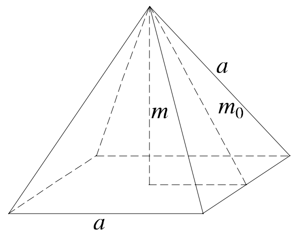


b) Az alaplap területe: $T_a = 6\cdot\frac{am_a}{2} = 3am_a$, ahol $m_a^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, így $m_a \approx 3{,}46$ cm. Ezzel $T_a \approx 41{,}57\ \text{cm}^2$.

A gúla felszíne: $A = T_a + 6\cdot\frac{am_0}{2} = T_a + 3am_0$, innen: $m_0 \approx 19{,}29$ cm. A test magassága Pitagorasz tétele alapján: $m^2 = m_0^2 - m_a^2$, innen $m \approx 18{,}97$ cm. Így a test térfogata: $V = \frac{T_am}{3} \approx 262{,}9\ \text{cm}^3$.



2869. Pitagorasz tétele alapján:



$m_0^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen: $m_0 \approx 13{,}86$ cm.

$m^2 = m_0^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen: $m \approx 11{,}31$ cm.

Így: $A = a^2 + 4 \cdot \frac{am_0}{2} \approx 699{,}4 \text{ cm}^2$;

$V = \frac{a^2 m}{3} \approx 965{,}4 \text{ cm}^3$.

2870. Minden lap egy 20 cm oldalú szabályos háromszög. A test felszíne: $A \approx 692{,}8 \text{ cm}^2$.

2871. A levágott gúla alapéle is és magassága is feleakkora, mint az eredeti gúláé. Így térfogata nyolcadrésze az eredeti gúlának.

2872. $A = 2r^2\pi + 2r\pi m$; $V = r^2\pi m$. Ezek alapján a feladatok megoldásai: (a π értékét 3,14-dal közelítettük.)

a) $A \approx 471 \text{ cm}^2$; $V \approx 785 \text{ cm}^3$

b) $A \approx 2034{,}7 \text{ cm}^2$; $V \approx 6782{,}4 \text{ cm}^3$

c) $A \approx 26{,}38 \text{ cm}^2$; $V \approx 15{,}83 \text{ cm}^3$

d) $A \approx 654{,}1 \text{ cm}^2$; $V \approx 3663 \text{ cm}^3$

e) $A \approx 3391 \text{ cm}^2$; $V \approx 36\,466 \text{ cm}^3$

2873. $r = 9{,}58$ cm; $m = 2{,}4$ m $= 240$ cm. $A = 2r\pi m \approx 14\,439 \text{ cm}^2 \approx 1{,}44 \text{ m}^2$.

2874. $r = 16$ cm; $m = 32$cm. $A = 2r^2\pi + 2r\pi m \approx 4823 \text{ cm}^2$; $V = r^2\pi m \approx 25\,723 \text{ cm}^3$.

2875.

r (cm)	8	3,4	6	11	**5**	2,4
m (cm)	12	5,6	**18**	**9**	12	**2,6**
A (cm^2)	**320π**	**61,2π**	288π	**440π**	**170π**	24π
V (cm^3)	**768π**	**64,736π**	**648π**	1089π	300π	**14,976π**

r (cm)	**7**	11,6	6,2	**12**	**1**
m (cm)	4,5	**3,4**	**25**	7,5	4
A (cm^2)	**161π**	348π	**386,88π**	**468π**	10π
V (cm^3)	220,5π	**457,504π**	961π	1080π	**4π**

2876. $m = 2{,}6$ m $= 260$ cm
$r = 14$ cm
$\rho = 0{,}6\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0{,}6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

$V = r^2\pi m \approx 160$ dm^3. A farönk tömege tehát: $V\rho \approx 96$ kg.

2877. $2r\pi = 120$ cm, innen $r \approx 19{,}1$ cm
$m = 80$ cm
$V = ?$
$V = r^2\pi m \approx 91\,720$ cm^3 $= 91{,}72$ dm^3. A hordóba tehát kb. 91,72 liter folyadék fér.

2878. kb. 2,15 liter.

2879. kb. 26,83 kg.

2880. $T = 600$ cm^2 $= 6$ dm^2
$V = 4$ dm^3
$m = ?$
$V = T \cdot \frac{2}{3} m$, innen: $m = 1$ dm.

2881. $V_k = 8$ dm^3, innen: $a = 2$ dm. A legnagyobb térfogatú henger alapkörének átmérője a kocka éle, magassága a kocka élével egyenlő. Így: $r = 1$ dm; $m = 2$ dm.
a) $V_h = r^2\pi m \approx 6{,}28$ dm^3 *b)* kb. 21,5 % a hulladék *c)* kb. 63,7 %-a

2882. A kiszorított víz térfogata: $V = (30\text{ cm})^2\pi \cdot 0{,}8\text{ cm} \approx 2261$ cm^3. A téglatest térfogata megegyezik a kiszorított víz térfogatával, így a téglatest harmadik éle: $c = \frac{2261\text{ cm}^3}{25\text{ cm} \cdot 18\text{ cm}} \approx 5$ cm.

2883. $V = 952$ cm^3; $A \approx 646{,}5$ cm^2.

2884. $m = 2r$
$A = 597$ cm^2
$V = ?$
$A = 2r^2\pi + 2r\pi m = 6r^2\pi$, innen $r \approx 5{,}63$ cm. Így: $V = r^2\pi m = 2r^3\pi \approx 1121$ cm^3.

2885. $r = 6$ cm
$A = 480$ cm^2
$V = ?$
$A = r^2\pi + 2r\pi m$, innen: $m \approx 9{,}74$ cm. Így: $V = r^2\pi m \approx 1101$ cm^3.

2886. Használjuk fel, hogy: $k = 2r\pi$; $P = k \cdot m$; $T = r^2\pi$; $V = r^2\pi m$.
a) $V \approx 129$ cm^3 *b)* $P \approx 15{,}7$ cm^2 *c)* $V \approx 18\,083$ cm^3
d) $P \approx 2{,}26$ cm^2 $= 0{,}0226$ dm^2 *e)* $V \approx 7{,}23$ dm^3

2887. $r = 12$ cm; $m = 12$ cm. $V \approx 5426$ cm^3; $A \approx 1809$ cm^2.

2888. *a)* $r = 8$ cm; $m = 12$ cm. Így: $V \approx 2412$ cm^3; $A \approx 1005$ cm^2
b) $r = 12$ cm; $m = 8$ cm. Így $V \approx 3617{,}3$ cm^3; $A \approx 1507$ cm^2.
c) $r = 6$ cm; $m = 8$ cm. Így $V \approx 904{,}3$ cm^3; $A \approx 528$ cm^2.
d) $r = 4$ cm; $m = 12$ cm. Így $V \approx 603$ cm^3; $A \approx 402$ cm^2.

2889. $a = 5$ cm; $b = 8$ cm. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{b^2\pi a}{a^2\pi b} = \dfrac{b}{a} = \dfrac{8}{5}$; $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{2b\pi(b+a)}{2a\pi(a+b)} = \dfrac{b}{a} = \dfrac{8}{5}$.

2890. $a = 16$ cm; $b = 12$ cm. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi b}{\left(\frac{b}{2}\right)^2\pi a} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{4}{3}$; $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{2\pi\frac{a}{2}\left(\frac{a}{2}+b\right)}{2\pi\frac{b}{2}\left(\frac{b}{2}+a\right)} = \dfrac{a(a+2b)}{b(b+2a)} = \dfrac{40}{33}$.

2891. $r = 5$ cm $= 0{,}5$ dm
$V = 3$ liter $= 3$ dm^3
$m = ?$

$V = r^2\pi m$. Innen: $m = \dfrac{V}{r^2\pi} \approx 38{,}22$ cm .

2892. $R = 32$ cm
$r = 25$ cm
$m = 2{,}4$ m $= 240$ cm
$\rho = 1{,}8\ \dfrac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

A cső térfogata: $V = R^2\pi m - r^2\pi m \approx 300{,}7$ dm^3. Így a cső tömege: $\rho V \approx 541$ kg.

2893. $R = 1{,}9$ cm
$r = 1{,}5$ cm
$m = 800$ cm
$\rho = 7{,}8\ \dfrac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

A cső térfogata: $V = R^2\pi m - r^2\pi m \approx 3{,}42$ dm^3. Így a cső tömege: $\rho V \approx 26{,}65$ kg.

2894. A cső térfogata: $V = \dfrac{8\text{ kg}}{2{,}7\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} \approx 2{,}963\text{ dm}^3$. $V = R^2\pi m - r^2\pi m = (R^2 - r^2)\pi m$, innen: $m = \dfrac{V}{(R^2 - r^2)\pi}$. Itt: $R = 2{,}7$ cm; $r = 2{,}3$ cm; $V \approx 2963$ cm^3. Így a cső hossza: $m \approx 472$ cm.

2895. A feltétel szerint: $r^2\pi = 2r\pi m$. Innen: $r = 2m$, tehát a sugár és a magasság aránya: 2 : 1.

2896. A 2889. feladat megoldása alapján a téglalap két oldalának aránya: 2 : 3.

2897. A 2889. feladat megoldása alapján a téglalap két oldalának aránya: 3 : 5.

2898. A 2890. feladat megoldása alapján a téglalap két oldalának aránya: 4 : 3.

2899. $r = 3m$. Így a palást területe: $P = 2r\pi m = 6m^2\pi$. A henger felszíne: $A = 2r^2\pi + P = 18m^2\pi + 6m^2\pi = 24m^2\pi$. Innen adódik, hogy: $A = 4P$, tehát a felszín négyszerese a palást területének.

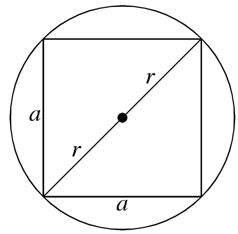
2900. $m = 14$ cm; $r = 7$ cm, így a térfogat és a felszín: $V \approx 2154$ cm^3; $A \approx 923{,}2$ cm^2.

2901. A feltételből következik, hogy $m = 2r$. A metszet területe: $T = m^2 = 4r^2$, a felszín: $A = 2r^2\pi + 2r\pi m = 6r^2\pi$. Tehát a felszín kb. 4,71-szorosa a metszet területének.

2902. Mindhárom esetben kb. 36,3 %-ot.

2903. *a)* A feltételek alapján: $a = 20$ cm. Pitagorasz tételéből: $(2r)^2 = a^2 + a^2$, innen: $r^2 = \dfrac{a^2}{2}$. Innen: $r \approx 14{,}14$ cm.

b) $r = 14{,}14$ cm; $m = 20$ cm, ezért $A \approx 2176{,}3$ cm^2; $V \approx 12\,560$ cm^3.



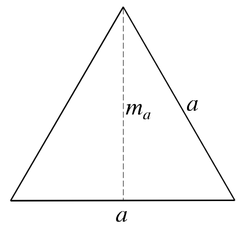
2904. A feltételekből következik, hogy: $m = 26$ cm és $2r\pi = 26$ cm, innen: $r \approx 4{,}14$ cm. Így a henger térfogata: $V \approx 1399$ cm^3.

2905. $r = 6$ cm
$m = 10$ cm

A hatszög oldalainak hossza megegyezik a kör sugarával, $a = r = 6$ cm. A hatszög területe 6 db 6 cm oldalú szabályos háromszög területének összege:

$T_a = 6 \cdot T_\Delta = 6 \cdot \dfrac{am_a}{2} = 3am_a$, ahol:

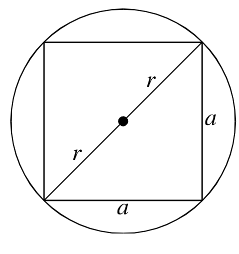
$m_a^2 = a^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$, így $m_a \approx 5{,}2$ cm. vagyis a hatszög területe: $T_a \approx 93{,}5$ cm^2.



Ezzel a hasáb felszíne és térfogata: $A = T_a + 6am \approx 453{,}5$ cm^2; $V = T_a m \approx 935{,}3$ cm^3. A hasáb térfogata kb. 82,74 % a henger térfogatának.

2906. Jelöljük a henger alapkörének sugarát r-rel, magasságát m-mel, a gúla alapélét a-val! Ekkor: $(2r)^2 = a^2 + a^2$, így: $a^2 = 2r^2$. A két térfogat aránya:

$$\frac{V_g}{V_h} = \frac{\frac{a^2m}{3}}{r^2\pi m} = \frac{a^2}{3\pi r^2} = \frac{2r^2}{3\pi r^2} = \frac{2}{3\pi} \approx 0{,}21\,.$$



2907. Használjuk fel, hogy Pitagorasz tétele alapján: $a^2 = r^2 + m^2$.

r	12 cm	**10 cm**	0,2 m	13 cm	**3,5 dm**
m	16 cm	2,4 dm	**2,1 dm**	8,4 dm	12 cm
a	**2 dm**	2,6 dm	29 cm	**0,85 m**	0,37 m

2908. $A = r^2\pi + r\pi a = r\pi(r + a)$

a) $A \approx 201\ \text{cm}^2$ *b)* $A \approx 637{,}55\ \text{cm}^2$ *c)* $A \approx 989{,}1\ \text{dm}^2$ *d)* $A \approx 2523\ \text{cm}^2$

2909. $V = \dfrac{r^2\pi m}{3}$

a) $V \approx 157\ \text{cm}^3$ *b)* $V \approx 506{,}4\ \text{cm}^3$ *c)* $V \approx 3538\ \text{cm}^3$ *d)* $V \approx 45{,}34\ \text{cm}^3$

2910. Használjuk fel, hogy: $A = r\pi(r + a)$; $V = \dfrac{r^2\pi m}{3}$; $a^2 = r^2 + m^2$.

a) $A \approx 282{,}6\ \text{cm}^2$; $V \approx 314\ \text{cm}^3$
b) $A \approx 628\ \text{cm}^2$; $V \approx 1005\ \text{cm}^3$
c) $A \approx 15{,}07\ \text{dm}^2$; $V \approx 1{,}884\ \text{dm}^3$
d) $A \approx 40{,}69\ \text{dm}^2$; $V \approx 16{,}88\ \text{dm}^3$
e) $A \approx 73{,}85\ \text{dm}^2$; $V \approx 42{,}2\ \text{dm}^3$
f) $A \approx 61{,}54\ \text{dm}^2$; $V \approx 8{,}79\ \text{dm}^3$
g) $A \approx 71{,}22\ \text{dm}^2$; $V \approx 36{,}93\ \text{dm}^3$
h) $A \approx 1413\ \text{cm}^2$; $V \approx 3391\ \text{cm}^3$
i) $A \approx 84{,}78\ \text{dm}^2$; $V \approx 20{,}35\ \text{dm}^3$
j) $A \approx 492{,}2\ \text{cm}^2$; $V \approx 653{,}5\ \text{cm}^3$
k) $A \approx 70{,}74\ \text{dm}^2$; $V \approx 22{,}83\ \text{dm}^3$

2911.

r (cm)	4	28,8	1,6	9,6	**0,9**	**38,4**	6
m (cm)	3	12	**3**	**7,2**	4	16	≈ **5,29**
a (cm)	**5**	**31,2**	3,4	12	4,1	41,6	**8**
A (cm^2)	**36π**	**1728π**	**8π**	**207,36π**	**4,5π**	**3072π**	84π
V (cm^3)	**16π**	≈ **3318π**	**2,56π**	**221,184π**	**1,08π**	≈ **7864π**	≈ **63,5π**

2912.

r (cm)	8	**8**	1,2	**16**	20	4	≈ **2,6**
m (cm)	**15**	6	**0,5**	30	**21**	**0,9**	12
a (cm)	**17**	**10**	**1,3**	**34**	**29**	**4,1**	≈ **4,33**
A (cm^2)	200π	**144π**	**3π**	**800π**	980π	**32,4π**	**18π**
V (cm^3)	**320π**	128π	0,24π	2560π	**2800π**	4,8π	27π

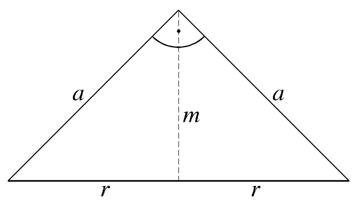
2913. Vágjuk el a kúpot egy, a szimmetriatengelyét tartalmazó síkkal! Ha $\alpha = 60°$, akkor ez a metszet egy szabályos háromszög, így ekkor az alkotó hossza: $a = 2r$. Ezt felhasználva:

a) $A \approx 942\ \text{cm}^2$ *b)* $A \approx 166{,}2\ \text{cm}^2$

c) $A \approx 1846\ \text{cm}^2$ *d)* $A \approx 10{,}58\ \text{dm}^2$

Ha $\alpha = 45°$, akkor a metszet egy egyenlő szárú derékszögű háromszög, így: $a^2 + a^2 = (2r)^2$, azaz: $a^2 = 2r^2$, és $m = r$. Ezt felhasználva:

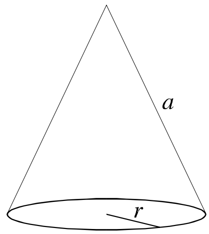
e) $A \approx 121{,}3\ \text{cm}^2$ *f)* $A \approx 272{,}9\ \text{cm}^2$

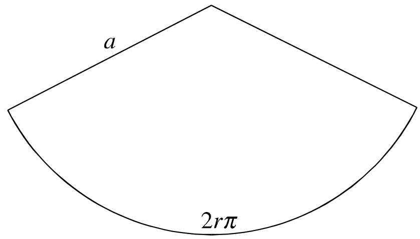


2914. Mivel az alkotók alaplappal bezárt szöge 45°, ezért $r = m$. Ezt felhasználva:

a) $V \approx 1809\ \text{cm}^3$ *b)* $V \approx 9{,}693\ \text{cm}^3$ *c)* $V \approx 72{,}14\ \text{cm}^3$ *d)* $V \approx 1470\ \text{cm}^3$

2915. Ha egy kúp palástját kiterítjük, akkor egy olyan körcikket kapunk, amelynek sugara megegyezik a kúp alkotójával, ívhossza pedig a kúp alapkörének kerületével.





a) A feltételből következik, hogy $a = 12$ cm és $a\pi = 2r\pi$, innen: $r = 6$ cm. A kúp magassága Pitagorasz tétele alapján kapható: $m^2 = a^2 - r^2$, innen: $m \approx 10{,}39$ cm. Így a kúp felszíne és térfogata: $A = r\pi(r + a) \approx 339{,}1\ \text{cm}^2$; $V \approx 391{,}6\ \text{dm}^3$.

b) A feltételekből következik, hogy: $a = 20$ cm és $\frac{a\pi}{2} = 2r\pi$, innen: $r = 5$ cm. $m^2 = a^2 - r^2$, innen: $m \approx 19{,}36$ cm. Így a kúp felszíne és térfogata: $A = r\pi(r + a) \approx$ $= 392{,}5\ \text{cm}^2$; $V \approx 506{,}7\ \text{cm}^3$.

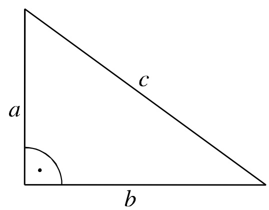
c) A feltételekből következik, hogy: $a = 12$ cm és $\frac{3}{2}a\pi = 2r\pi$, innen: $r = 9$ cm. A kúp felszíne: $A = r\pi(r + a) \approx 593{,}5\ \text{cm}^2$.

d) A feltételekből következik, hogy: $a = 15$ cm és $\frac{2a\pi}{3} = 2r\pi$, innen: $r = 5$ cm. $m^2 = a^2 - r^2$, innen: $m \approx 14{,}14$ cm. A kúp felszíne és térfogata: $A = r\pi(r + a) \approx$ $\approx 314\ \text{cm}^2$; $V = \frac{r^2\pi m}{3} \approx 370{,}1\ \text{cm}^3$.

2916. *a)* A feltételek alapján: $2r\pi = 20$ cm, innen $r \approx 3{,}18$ cm, illetve $a\pi = 20$ cm, innen: $a \approx 6{,}37$ cm; $m^2 = a^2 - r^2$, innen: $m \approx 5{,}52$ cm. Így a kúp felszíne és térfogata: $A = r\pi(r + a) \approx 95{,}54\ \text{cm}^2$; $V = \frac{r^2\pi m}{3} \approx 58{,}43\ \text{cm}^3$.

b) $A \approx 55{,}73\ \text{cm}^2$ *c)* $A \approx 11{,}46\ \text{dm}^2$

2917. *a)* $a = 6$ cm
$b = 8$ cm
$c = 10$ cm



A rövidebb befogó körül forgatva olyan kúpot kapunk, amelyben: $r = 8$ cm; $m = 6$ cm; $a = 10$ cm. Így: $A \approx 452{,}2\ \text{cm}^2$; $V \approx 402\ \text{cm}^3$. A hosszabb befogó körül forgatva olyan kúpot kapunk, amelyben: $r = 6$ cm; $m = 8$ cm; $a = 10$ cm. Így:

$A \approx 301{,}5$ cm^2; $V \approx 301{,}5$ cm^3.

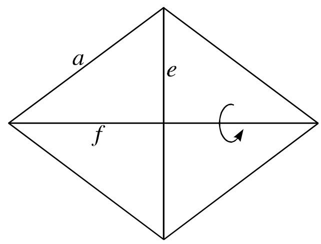
b) A befogók hossza $3x$ ill. $4x$, így Pitagorasz tétele alapján: $(3x)^2 + (4x)^2 = 15^2$, innen: $25x^2 = 225$, $x = 3$. Tehát a háromszög oldalai 9 cm; 12 cm; 15 cm. A rövidebb befogó körül forgatva olyan kúpot kapunk, amelyben $r = 12$ cm; $m = 9$ cm; $a = 15$ cm, így $V \approx 1356{,}5$ cm^3; $A \approx 1017{,}4$ cm^2. A hosszabb befogó körül forgatva olyan kúpot kapunk, amelyben: $r = 9$ cm; $m = 12$ cm; $a = 15$ cm, így $V \approx 1017{,}4$ cm^3; $A \approx 678{,}3$ cm^2.

c) Legyenek a háromszög befogói a ill. b. Ekkor a két kúp térfogatának aránya:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{a^2\pi b}{3}}{\frac{b^2\pi a}{3}} = \frac{a}{b}$$

Tehát a háromszög befogóinak aránya 3 : 4.

2918. $e = 12$ cm
$f = 16$ cm
A forgatáskor két olyan kúp keletkezik, amelyek sugara: $r = \frac{e}{2}$, magassága: $m = \frac{f}{2}$. A kúpok alkotóinak hossza: $a = \sqrt{m^2 + r^2}$. Így a test térfogata és felszíne: $V = 2 \cdot \frac{r^2\pi m}{3} \approx 602{,}9$ cm^3; $A = 2 \cdot ar\pi \approx 376{,}8$ cm^2.

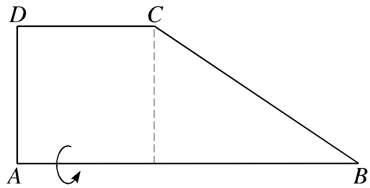


2919. Legyenek a rombusz átlói e; f, ahol: $e : f = 5 : 12$. A hosszabb átló körül forgatva olyan „kettős kúp"-hoz jutunk, amelynek sugara $\frac{e}{2}$, magassága $\frac{f}{2}$, a rövidebb átló körül forgatva olyan „kettős kúp"-hoz, amelynek sugara $\frac{f}{2}$, magassága $\frac{e}{2}$. A két test térfogatának aránya:

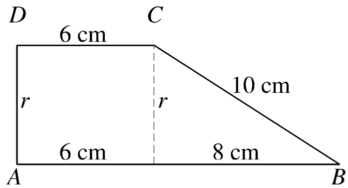
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}\left(\frac{e}{2}\right)^2 \cdot \pi \frac{f}{2}}{2 \cdot \frac{1}{3}\left(\frac{f}{2}\right)^2 \cdot \pi \frac{e}{2}} = \frac{e^2 f}{ef^2} = \frac{e}{f} = \frac{5}{12}$$

Tehát a két test térfogatának aránya 5 : 12.

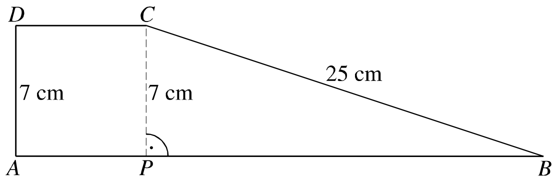
2920. $AB = 18$ cm; $BC = 13$ cm; $CD = 6$ cm; $DA = 5$ cm. A forgatáskor olyan testet kapunk, amely egy hengerből és egy körkúpból van „összeragasztva”. A henger alapkörének sugara AD, magassága DC. A kúp alapkörének sugara AD, magassága $AB - CD$, alkotója BC. Így a keletkezett test térfogata: $V = V_h + V_k = (5\text{ cm})^2\pi \cdot 6\text{ cm} + \dfrac{(5\text{ cm})^2\pi \cdot 12\text{ cm}}{3} \approx 785\text{ cm}^3$. A felszín számításánál figyelembe kell venni, hogy a kúp és a henger egyik alapköre mentén van „összeragasztva”, így ez nem tartozik a felszínhez. $A = (5\text{ cm})^2\pi + 2 \cdot 5\text{ cm} \cdot \pi \cdot 6\text{ cm} + 5\text{ cm} \cdot 13\text{ cm} \cdot \pi \approx 471\text{ cm}^2$.



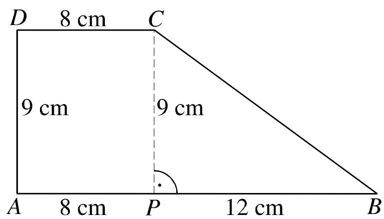
2921. $AD = r = \sqrt{(10\text{ cm})^2 - (8\text{ cm})^2} = 6\text{ cm}$. Innen az előző feladat megoldásának gondolatmenetét követve: $V \approx 979{,}7\text{ cm}^3$; $A \approx 527{,}5\text{ cm}^2$.



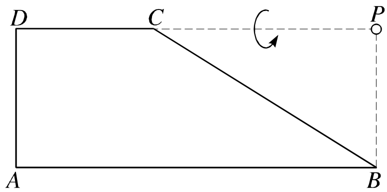
2922. Az ábra alapján: $BP = \sqrt{(25\text{ cm})^2 - (7\text{ cm})^2} = 24\text{ cm}$, így: $DC = 28\text{ cm} - 24\text{ cm} = 4\text{ cm}$. Kövessük ezután a 2920. feladat megoldásának gondolatmenetét. Így: $A \approx 879{,}2\text{ cm}^2$; $V \approx 2051{,}5\text{ cm}^3$.



2923. $BC = \sqrt{(12\text{ cm})^2 + (9\text{ cm})^2} = 15\text{ cm}$. Innen a 2920. feladat megoldásának gondolatmenetét követve: $A \approx 1130{,}4\text{ cm}^2$; $V \approx 2486{,}9\text{ cm}^3$.



2924. A keletkezett test az $ABPD$ téglalap megforgatásával keletkező henger, amelyből kihagytuk a BPC háromszög megforgatásával keletkező kúpot. A henger sugara $R = AD$, magassága $M = AB$, a kúp sugara $r = AD$; magassága $m = AB - CD$, alkotója $a = BC$.

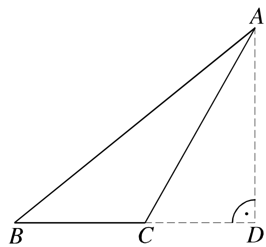


A keletkezett test térfogata a henger és a kúp térfogatának különbsége: $V = V_h - V_k = R^2\pi M - \dfrac{r^2\pi m}{3}$. A keletkezett test felszíne a henger egyik alapköréből és palástjából, valamint a kúp palástjából áll. Így: $A = R^2\pi + 2R\pi M + r\pi a$. Ezeket felhasználva az egyes feladatokban keletkezett testek felszínét és térfogatát kiszámíthatjuk.

a) $A \approx 452{,}2\ \text{cm}^2$; $V \approx 1281\ \text{cm}^3$ *b)* $A \approx 835{,}3\ \text{cm}^2$; $V \approx 3077\ \text{cm}^3$

c) $A \approx 960{,}8\ \text{cm}^2$; $V \approx 4069{,}5\ \text{cm}^3$

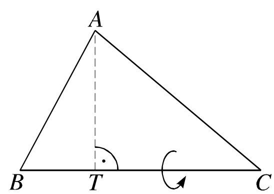
2925. A keletkezett test az ABD háromszög megforgatásával keletkező kúp, amelyből kihagytuk az ACD háromszög megforgatásával keletkezett kúpot. A két kúp jellemzői: Az ABD háromszög megforgatásával keletkezett kúp sugara: $r = \quad = AD = 8$ cm; magassága: $m_1 = BD = \quad = 15$ cm; alkotója: $a_1 = AB = \quad = \sqrt{AD^2 + BD^2} = 17\ \text{cm}$.
Az ACD háromszög megforgatásával kelet-
kezett kúp sugara $r = AD = 8$ cm; magassága $m_2 = CD = 6$ cm; alkotója: $a_2 = AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 10\ \text{cm}$.



a) A test felszíne a két kúp palástjának területösszegével egyenlő, így: $A = ra_1\pi + $
$+ ra_2\pi = r\pi(a_1 + a_2) \approx 678{,}24\ \text{cm}^2$.

b) A test térfogata a két kúp térfogatának különbségével egyenlő, így:
$$V = \frac{r^2\pi m_1}{3} - \frac{r^2\pi m_2}{3} = \frac{r^2\pi(m_1 - m_2)}{3} \approx 602{,}9\ \text{cm}^3.$$

2926. $AT = 4$ cm
$BC = 16$ cm
A keletkezett test két kúpból áll össze, amelyek alapkörének sugara $r = AT = 4$ cm, magasságuk: $m_1 = BT$ illt. $m_2 = TC$. Így a test térfogata a két kúp térfogatának összege.



$$V = \frac{r^2\pi m_1}{3} + \frac{r^2\pi m_2}{3} = \frac{r^2\pi(m_1 + m_2)}{3} = \frac{AT^2 \cdot \pi \cdot BC}{3} \approx 268\ \text{cm}^3$$

Megjegyzés: Azt a feltételt, hogy BC a háromszög leghosszabb oldala ott használtuk ki, hogy a magasságvonal T talppontja a BC oldalon van.

2927. Mivel a vasnak 48 %-a hulladék lett, ezért a keletkezett kúpok tömege: 120 kg · 0,52 = = 62,4 kg. Egy kúp térfogata (r = 2 cm; m = 6 cm) $V = \frac{r^2\pi m}{3} = 25{,}12\ \text{cm}^3$, így egy kúp tömege: $V\rho \approx 195{,}94$ g. Így a 62,4 kg vasból 318 db kúp esztergálható.

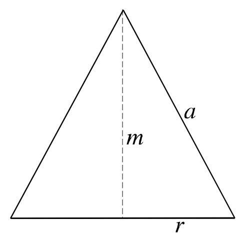
2928. A kúp alapkörének sugara r = 10 cm; magassága m = 20 cm. Így: $V_{\text{kocka}} = 8000\ \text{cm}^3$; $V_{\text{kúp}} = \frac{r^2\pi m}{3} \approx 2093\ \text{cm}^3$. Így a hulladék kb. 5907 cm^3.

2929.
$$V_{\text{kúp}} = V_{\text{henger}}$$
$$\frac{(4\ \text{dm})^2\pi \cdot m}{3} = (4\ \text{dm})^2\pi \cdot 1\ \text{dm}$$

Így a kúp magassága: m = 3 dm. A kúp alkotója: $a = \sqrt{(4\ \text{dm})^2 + (3\ \text{dm})^2} = 5\ \text{dm}$, ezzel a kúp felszíne: $A = r\pi(r + a) \approx 113\ \text{dm}^2$.

2930. m = 16 cm
t = 192 cm^2

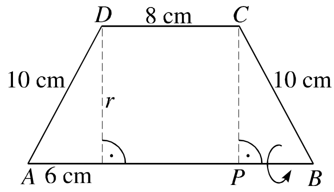
A metszet területe: $t = r \cdot m$, innen: r = 12 cm. A kúp alkotója: $a = \sqrt{r^2 + m^2} = 20\ \text{cm}$. Így a kúp felszíne és térfogata: $A \approx 1206\ \text{cm}^2$; $V \approx 2410\ \text{cm}^3$.



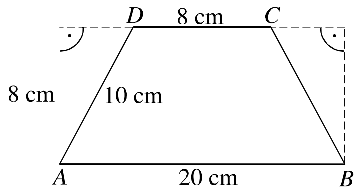
2931. $V_1 : V_2 : V_3 = 12 : 16 : 24 = 3 : 4 : 6$.

2932. $V_1 : V_2 : V_3 = 3^2 : 4^2 : 5^2 = 9 : 16 : 25$.

2933. *a)* Pitagorasz tétele alapján: $r=\sqrt{(10\text{ cm})^2-(6\text{ cm})^2}=8\text{ cm}$. A forgástest egy $r = 8$ cm sugarú, $m_1 = 8$ cm magasságú hengerből és két $r = 8$ cm sugarú, $m_2 = 6$ cm magasságú, $a = 10$ cm alkotójú kúpból rakható össze. Így térfogata a három test térfogatának összege: $V=r^2\pi m_1+2\cdot\frac{r^2\pi m_2}{3}=$ $=r^2\pi\left(m_1+\frac{2}{3}m_2\right)\approx 2412\text{ cm}^3$. A test felülete a két kúp palástjából és a henger palástjából áll, így felszíne: $A = 2r\pi m_1 + 2r\pi a =$ $= 2r\pi(m_1 + a) \approx 904{,}3\text{ cm}^2$.



b) A keletkezett test egy $r = 8$ cm alapkör sugarú, $m_1 = 20$ cm magasságú henger, amelyből kihagytunk két $r = 8$ cm sugarú, $m_2 = 6$ cm magasságú és $a = 10$ cm alkotójú kúpot. Így a test térfogata a henger és a két kúp térfogatának különbsége: $V=r^2\pi m_1-2\frac{r^2\pi m_2}{3}=$ $=r^2\pi\left(m_1-\frac{2}{3}m_2\right)\approx 3215{,}4\text{ cm}^3$. A test felszíne megegyezik a két kúp palástjának, és a henger palástjának területösszegével. Így: $A = 2r\pi m_1 + 2r\pi a = 2r\pi(m_1 + a) \approx 1507\text{ cm}^2$.



2934. $A = 4r^2\pi$; $V=\frac{4r^3\pi}{3}$.

a) $A = 36\pi\text{ cm}^2 \approx 113\text{ cm}^2$; $V = 36\pi\text{ cm}^3 \approx 113\text{ cm}^3$

b) $A = 144\pi\text{ cm}^2 \approx 452\text{ cm}^2$; $V = 288\pi\text{ cm}^3 \approx 904{,}3\text{ cm}^3$

c) $A = 900\pi\text{ cm}^2 \approx 2826\text{ cm}^2$; $V \approx 4500\pi\text{ cm}^3 \approx 14{,}13\text{ dm}^3$

d) $A = 23{,}04\pi\text{ cm}^2 \approx 72{,}35\text{ cm}^2$; $V \approx 57{,}88\text{ cm}^3$

e) $A=\frac{9\pi}{4}\text{ m}^2\approx 7{,}065\text{ m}^2$; $V=\frac{9\pi}{16}\text{ m}^3\approx 1{,}77\text{ m}^3$

f) $A=\frac{16\pi}{9}\text{ dm}^2\approx 5{,}58\text{ dm}^2$; $V=\frac{32\pi}{81}\text{ dm}^3\approx 1{,}24\text{ dm}^3$

2935. $A \approx 706{,}5\text{ m}^2$; $V \approx 1766\text{ m}^3$.

2936.

r (cm)	9	2,4	**4**	**3**	**3,2**	**1,5**	**12,5**
A (cm^2)	**324π**	**$23{,}04\pi$**	64π	**36π**	$40{,}96\pi$	**9π**	625π
V (cm^3)	**972π**	**$18{,}432\pi$**	$\mathbf{\frac{256}{3}}\pi$	36π	$\approx$ **$43{,}69\pi$**	$4{,}5\pi$	$\approx$ **2604π**

2937. *a)* $r_{\text{vas}} = 5$ cm

$$\rho_{\text{vas}} = 7{,}8\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{\text{vas}} = \frac{4\pi}{3} r_{\text{vas}}^3 \approx 523{,}6\ \text{cm}^3;\ m_{\text{vas}} = V_{\text{vas}} \cdot \rho_{\text{vas}} \approx 4084\ \text{g}.$$

$r_{\text{al}} = 10$ cm

$$\rho_{\text{al}} = 2{,}7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{\text{al}} = \frac{4\pi}{3} r_{\text{al}}^3 \approx 4189\ \text{cm}^3;\ m_{\text{al}} = V_{\text{al}} \cdot \rho_{\text{al}} \approx 11310\ \text{g}.$$

Tehát az alumínium golyó a nagyobb tömegű, kb 7226 g-mal több a vasgolyónál.

b) $$m_{\text{réz}} = \rho_{\text{réz}} V_{\text{réz}} = \rho_{\text{réz}} \frac{4\pi}{3} \cdot r_{\text{réz}}^3 = 8{,}9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot (3\ \text{cm})^3 = 320{,}4 \cdot \pi\ \text{gramm} \approx 1006{,}6\ \text{g}$$

$$m_{\text{al}} = \rho_{\text{al}} V_{\text{al}} = \rho_{\text{al}} \frac{4\pi}{3} \cdot r_{\text{al}}^3 = 2{,}7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot (5\ \text{cm})^3 = 450 \cdot \pi\ \text{gramm} \approx 1413{,}7\ \text{g}$$

Tehát az alumínium golyó tömege kb. 407 grammal nagyobb a rézgolyó tömegénél.

c) $$m_{\text{vas}} = \rho_{\text{vas}} V_{\text{vas}} = \rho_{\text{vas}} \frac{4\pi}{3} \cdot r_{\text{vas}}^3 = 7{,}8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot (6\ \text{cm})^3 = 2246{,}4 \cdot \pi\ \text{gramm} \approx 7057\ \text{g}$$

$$m_{\text{réz}} = \rho_{\text{réz}} V_{\text{réz}} = \rho_{\text{réz}} \frac{4\pi}{3} \cdot r_{\text{réz}}^3 = 8{,}9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot (5\ \text{cm})^3 = \frac{4450 \cdot \pi}{3}\ \text{gramm} \approx 4660\ \text{g}$$

Tehát a vasgolyó tömege kb. 2397 grammal nagyobb a rézgolyó tömegénél.

2938. Egy kockából kiesztergálható legnagyobb gömb átmérője megegyezik a kocka élével. Így az egyes esetekben a gömb sugara:

a) $r = 9$ cm *b)* $r = 4{,}2$ dm *c)* $r = 3$ dm

Így a felszín és térfogat nagysága:

a) $A = 4r^2\pi = 324\pi\ \text{cm}^2 \approx 1017\ \text{cm}^2$; $V = \frac{4\pi}{3} r^3 = 972\pi\ \text{cm}^3 \approx 3053\ \text{cm}^3$.

b) $A = 4r^2\pi = 70{,}56\pi\ \text{dm}^2 \approx 221{,}6\ \text{dm}^2$; $V = \frac{4\pi}{3} r^3 = 98{,}784\pi\ \text{dm}^3 \approx 310{,}3\ \text{dm}^3$.

c) $A = 4r^2\pi = 36\pi\ \text{dm}^2 \approx 113\ \text{dm}^2$; $V = \frac{4\pi}{3} r^3 = 36\pi\ \text{dm}^3 \approx 113\ \text{dm}^3$.

2939. Jelöljük a 3 cm sugarú gömb felszínét A_1-el, térfogatát V_1-el, a 4 cm sugarú gömb felszínét A_2-el, térfogatát V_2-el! Ekkor:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{4\pi(4\ \text{cm})^2}{4\pi(3\ \text{cm})^2} = \frac{16}{9};\quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4\pi}{3}(4\ \text{cm})^3}{\frac{4\pi}{3}(3\ \text{cm})^3} = \frac{64}{27}$$

Tehát a gömb felszíne $\frac{16}{9}$ -szeresére, térfogata $\frac{64}{27}$ -szeresére növekszik.

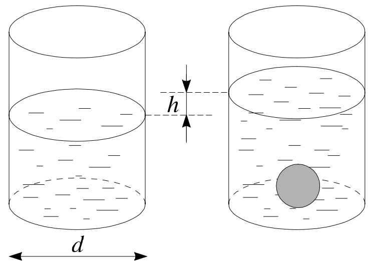
2940. Jelöljük az eredeti léggömb sugarát r-rel. Ekkor a felszíne és térfogata: $A = 4\pi r^2$; $V = \frac{4\pi}{3} r^3$. A keletkezett léggömb sugara $1{,}5r$, így felszíne és térfogata:

$$A_1 = 4\pi \cdot (1{,}5r)^2 = 2{,}25 \cdot 4\pi r^2 = 2{,}25 \cdot A$$

$$V = \frac{4\pi}{3}(1{,}5r)^3 = 3{,}375 \cdot \frac{4\pi}{3} r^3 = 3{,}375 \cdot V$$

Tehát a felszín 2,25-szorosára, a térfogat 3,375-szeresére növekedett.

2941. Az r sugarú fémgolyó lesüllyed a henger aljára, így a térfogatával egyenlő mennyiségű vizet szorít ki (feltételezve, hogy a víz teljesen ellepi a golyót). Tehát a kiszorított víz térfogata $V = \frac{4\pi}{3} r^3$. Ugyanakkor a d átmérőjű edényben h-val emelkedett a víz szintje, tehát a kiszorított víz mennyisége: $V = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi h$. Így következik, hogy:



$$\frac{4\pi r^3}{3} = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi h$$

Egyszerűsítve π-vel:

$$\frac{4r^3}{3} = \frac{d^2}{4} h$$

Innen:

$$\frac{16r^3}{3d^2} = h$$

a) $d = 12$ cm; $r = 1$ cm; $h = \frac{16 \cdot (1\text{ cm})^3}{3 \cdot (12\text{ cm})^2} = \frac{1}{27}\text{ cm} \approx 0{,}37\text{ mm}$. Tehát a víz szintje kb. 0,37 mm-t emelkedik.

b) $d = 12$ cm; $r = 2$ cm; $h = \frac{16 \cdot (2\text{ cm})^3}{3 \cdot (12\text{ cm})^2} = \frac{8}{27}\text{ cm} \approx 3\text{ mm}$. Tehát a víz szintje kb. 3 mm-t emelkedik.

c) $d = 12$ cm; $r = 4$ cm; $h = \frac{16 \cdot (4\text{ cm})^3}{3 \cdot (12\text{ cm})^2} = \frac{64}{27}\text{ cm} \approx 2{,}37\text{ cm}$. Tehát a víz szintje kb. 2,4 cm-t emelkedik.

2942. Kövessük az előző feladat megoldásának gondolatmenetét! Ha a d átmérőjű hengerbe egy r sugarú fémgömböt helyezünk, akkor a víz szintje h-val emelkedik. Így a kiszorított vízmennyiség:

$$V = \frac{4\pi}{3} r^3 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi h$$

Innen:

$$h = \frac{16r^3}{3d^2}$$

Adatainkkal: d = 10 cm; r = 3 cm;, így:

$$h = \frac{16 \cdot (3\text{ cm})^3}{3 \cdot (10\text{ cm})^2} = 1{,}44\text{ cm}$$

Ha a hengerbe az a élű kockát helyezzük, akkor a vízszint x cm-rel emelkedik. Így a kiszorított víz mennyisége:

$$V = a^3 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi x$$

Innen:

$$x = \frac{4a^3}{\pi d^2}$$

Adatainkkal: a = 5 cm; d = 10 cm, így:

$$x = \frac{4 \cdot (5\text{ cm})^3}{\pi \cdot (10\text{ cm})^2} \approx 1{,}59\text{ cm}$$

Tehát a víz szintje a kocka elhelyezése esetén emelkedik nagyobbat, az emelkedés kb. 1,5 mm-rel lesz több.

Megjegyzés: Annak eldöntésére, hogy melyik esetben nagyobb a vízszint emelkedése, elegendő a gömb és a kocka térfogatát kiszámítani. Mivel: $V_{\text{gömb}} = \frac{4\pi}{3} r^3 \approx 113\text{ cm}^3$; $V_{\text{kocka}} = a^3 = 125\text{ cm}^3$, ezért a kocka esetén lesz nagyobb a vízszint emelkedése.

2943. R = 50 mm = 5 cm
r = 47 mm = 4,7 cm

$$\rho = 8{,}8\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$V = \frac{4\pi}{3} R^3 - \frac{4\pi}{3} r^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot (R^3 - r^3) \approx 88{,}7\text{ cm}^3$; $m = V\rho \approx 781$ g. Tehát a gömb tömege kb. 781 g.

2944. *a)* Egy 1 cm sugarú gömb térfogata nyolcadrésze egy 2 cm sugarú gömb térfogatának. Így ez nyolcadannyi vizet szorít ki, mint a 2 cm sugarú gömb. Tehát a vízszint emelkedése $\frac{2\text{ mm}}{8} = 0{,}25\text{ mm}$.

b) Egy 3 cm sugarú gömb térfogata $\frac{27}{8}$-szor akkora, mint egy 2 cm sugarú gömb térfogata, így a kiszorított víz mennyisége is $\frac{27}{8}$-szor annyi. Ezért a vízszint emelkedése $\frac{27}{8} \cdot 2\text{ mm} = 6{,}75\text{ mm}$.

c) Egy 4 cm sugarú vasgolyó térfogata nyolcszor akkora, mint egy 2 cm sugarú vasgolyó térfogata, így nyolcszor annyi vizet szorít ki, mint egy 2 cm sugarú golyó. Tehát a vízszint emelkedése $8 \cdot 2$ mm = 16 mm.

d) Az *a)* feladat alapján egy 1 cm sugarú golyó behelyezése esetén a vízszint emelkedése 0,25 mm, így 4 db ilyen golyó esetén 1 mm.

2945. *a)* Egy 4 cm sugarú gömb felszíne: $A_1 = 4\pi(4\text{ cm})^2 = 64\pi\text{ cm}^2$. 4 db 1 cm sugarú gömb felszíne: $A_2 = 4 \cdot 4\pi(1\text{ cm})^2 = 16\pi\text{ cm}^2$. Így a 4 cm sugarú gömb felszíne a nagyobb.

b) Egy 3 cm sugarú gömb felszíne: $A_1 = 4\pi(3\text{ cm})^2 = 36\pi\text{ cm}^2$. 3 db 2 cm sugarú gömb felszíne: $A_2 = 3 \cdot 4\pi(2\text{ cm})^2 = 48\pi\text{ cm}^2$. Tehát 3 db 2 cm sugarú gömb felszíne a nagyobb.

c) Egy 2 cm sugarú gömb felszíne: $A_1 = 4\pi(2\text{ cm})^2 = 16\pi\text{ cm}^2$. 4 db 1 cm sugarú gömb felszíne: $A_2 = 4 \cdot 4\pi(1\text{ cm})^2 = 16\pi\text{ cm}^2$. A két felszín egyenlő.

2946. Egy 6 cm sugarú gömb térfogata: $V_1 = \frac{4\pi}{3}(6\text{ cm})^3 = 288\pi\text{ cm}^3$. Egy 1 cm sugarú gömb térfogata: $V_2 = \frac{4\pi}{3}(1\text{ cm})^3 = \frac{4}{3}\pi\text{ cm}^3$.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{288\pi}{\frac{4}{3}\pi} = 216$$

Tehát 216 db kis golyó önthető.

A 6 cm sugarú gömb felszíne: $A_1 = 4\pi(6\text{ cm})^2 = 144\pi\text{ cm}^2$. A 216 db 1 cm sugarú gömb felszíne: $A_2 = 216 \cdot 4\pi(1\text{ cm})^2 = 864\pi\text{ cm}^2$. Így:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{864\pi}{144\pi} = 6$$

Tehát a kis golyók felszínének összege hatszorosa az eredeti golyó felszínének.

2947. Legyen a henger alapkörének sugara r. Ekkor a henger magassága $2r$, így térfogata: $V_1 = r^2\pi \cdot 2r = 2r^3\pi$. A kiesztergált gömb sugara r, így térfogata: $V_2 = \frac{4\pi}{3}r^3$. Ebből következik, hogy:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4\pi}{3}r^3}{2r^3\pi} = \frac{2}{3} \approx 67\ \%$$

Tehát a gömb térfogata kb. 67 %-a a henger térfogatának. A henger felszíne: $A_1 = 2r\pi(r + 2r) = 6r^2\pi$. A gömb felszíne: $A_2 = 4\pi r^2$. Így a henger és a gömb felszínének aránya: $A_1 : A_2 = 3 : 2$.

2948. A kiszorított víz térfogata: $V = \left(\dfrac{12\ \text{cm}}{2}\right)^2 \pi \cdot 1\ \text{cm} = 36\pi\ \text{cm}^3$. Jelöljük a golyó sugarát r-rel. Ekkor: $\dfrac{4r^3\pi}{3} = 36\pi\ \text{cm}^3$, így: $r^3 = 27\ \text{cm}^3$. Tehát a golyó sugara 3 cm.

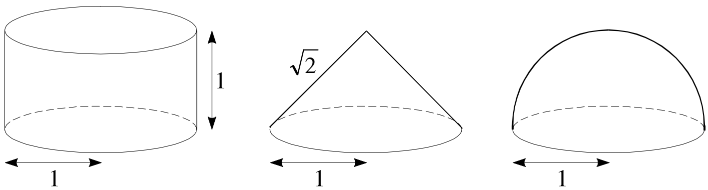
2949. Jelölje a két gömb sugarát r_1 és r_2. Ekkor a feltétel szerint: $\dfrac{4}{9} = \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \dfrac{r_1^2}{r_2^2}$, így $\dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{2}{3}$. A térfogatok aránya: $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\frac{4\pi}{3} r_1^3}{\frac{4\pi}{3} r_2^3} = \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^3 = \dfrac{8}{27}$.

2950. $r = 2{,}2$ m. $A = 2r^2\pi = 2 \cdot (2{,}2\ \text{m})^2 \cdot \pi \approx 30{,}4\ \text{m}^2$. Mivel a veszteség az elkészítésnél 8 % volt, ezért 30,4 m^2 a felhasznált anyag 92 %-a. Így:

92 %	30,4 m^2
100 %	$\approx$ 33,04 m^2

Tehát az ejtőernyő elkészítéséhez kb. 33,04 m^2 anyagot használtak fel.

2951.



$$V_{\text{henger}} : V_{\text{kúp}} : V_{\text{félgömb}} = 1^2 \cdot \pi \cdot 1 : \frac{1^2 \cdot \pi \cdot 1}{3} : \frac{2\pi \cdot 1^3}{3} = 1 : \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = 3 : 1 : 2$$

A kúp alkotója Pitagorasz tétele alapján $\sqrt{2}$ egység. Így a felszínek aránya:

$$A_{\text{henger}} : A_{\text{kúp}} : A_{\text{félgömb}} = 2\pi \cdot 1 \cdot (1+1) : 1 \cdot \pi\left(1+\sqrt{2}\right) : (2\pi \cdot 1^2 + 1^2\pi) =$$
$$= 4\pi : \left(1+\sqrt{2}\right)\pi : 3\pi = 4 : \left(1+\sqrt{2}\right) : 3$$

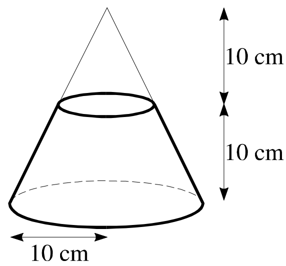
2952. Az edényben lévő víz térfogata a kocka térfogatának és a golyó térfogatának különbsége: $V_{\text{víz}} = (10\ \text{cm})^3 - \dfrac{4\pi}{3} \cdot (4\ \text{cm})^3 \approx 732\ \text{cm}^3$. Így a golyót kivéve a víz magassága: $x = \dfrac{732\ \text{cm}^3}{(10\ \text{cm})^2} = 7{,}32\ \text{cm}$. Tehát a víz kb. 7,32 cm magasan áll az edényben.

2953. A kúp térfogata: $V_{\text{kúp}} = \dfrac{(5\ \text{cm})^2 \pi \cdot 10\ \text{cm}}{3} = \dfrac{250\pi}{3}\ \text{cm}^3$. A gömb térfogata: $V_{\text{gömb}} = \dfrac{4\pi}{3}(5\ \text{cm})^3 = \dfrac{500\pi}{3}\ \text{cm}^3$. Innen adódik, hogy $V_{\text{gömb}} = 2 \cdot V_{\text{kúp}}$, vagyis a kúp anyagának sűrűsége kétszer akkora, mint a gömb anyagáé, azaz $\rho_{\text{kúp}} = 5\ \dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

2954. *a)* Egy golyó kettéfűrészelésekor 2 db r sugarú körlap területével nő meg a felszín. Egy golyó felszíne $4\pi r^2$, így a kettéfűrészelés után $4\pi r^2 + 2\pi r^2 = 6\pi r^2$ lesz, vagyis a felszín másfélszeresére nő, így a növekedés 50 %-os.

b) Jelöljük a kettéfűrészelt golyók számát k-val. Ekkor az előzőek alapján: $k \cdot 2\pi r^2 = 0{,}15 \cdot 10 \cdot 4\pi r^2$. Innen: $k \cdot 2\pi r^2 = 6\pi r^2$, így $k = 3$. Tehát 3 golyót fűrészeltünk ketté.

2955. Mivel a lefűrészelt 10 cm magasságú kúp hasonló az eredeti kúphoz, ezért a lefűrészelt kúp alapkörének sugara 5 cm. Az eredeti kúp térfogata:



$$V_1 = \frac{(10\text{ cm})^2 \pi \cdot 20\text{ cm}}{3} = \frac{2000\pi}{3}\text{ cm}^3$$

A lefűrészelt kúp térfogata:

$$V_2 = \frac{(5\text{ cm})^2 \pi \cdot 10\text{ cm}}{3} = \frac{250\pi}{3}\text{ cm}^3$$

Így a csonkakúp térfogata:

$$V_{\text{csk}} = V_1 - V_2 = \frac{1750\pi}{3}\text{ cm}^3$$

Ezzel:

$$\frac{V_{\text{csk}}}{V_1} = \frac{\frac{1750\pi}{3}}{\frac{2000\pi}{3}} = \frac{7}{8} = 87{,}5\ \%$$

Tehát a csonkakúp térfogata 87,5 %-a a kúp térfogatának.

2956. Jelöljük a kockák éleinek hosszát x cm és $(x + 2)$ cm-rel.

a) A feltétel szerint:

$$\begin{aligned} 6(x+2)^2 - 6x^2 &= 432 \\ 6(x^2 + 4x + 4) - 6x^2 &= 432 \\ 24x + 24 &= 432 \\ x &= 17 \end{aligned}$$

Tehát a két kocka élének hossza 17 cm ill. 19 cm.

b) A feltétel szerint:

$$\begin{aligned} (x+2)^3 - x^3 &= 488 \\ x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - x^3 &= 488 \\ 6x^2 + 12x - 480 &= 0 \\ x^2 + 2x - 80 &= 0 \\ (x-8)(x+10) &= 0 \end{aligned}$$

Egy szorzat nulla, ha valamelyik tényező nulla. Mivel $x + 10$ a feltételek alapján pozitív, ezért $x - 8 = 0$, így $x = 8$. Tehát a két kocka élének hossza 8 cm ill. 10 cm.

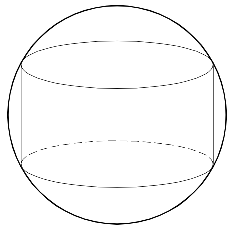
2957. *a)* A feltételek alapján a kúp alapkörének sugara és a gömb sugara egyenlő. Jelölje ezt a sugarat r. Ekkor a kúp alkotója $a = 2r$. Ezzel:

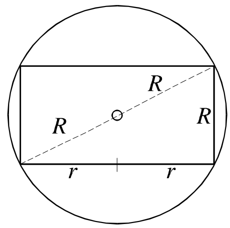
$$\frac{A_{\text{kúp}}}{A_{\text{gömb}}} = \frac{r\pi(r+a)}{4\pi r^2} = \frac{r\pi(r+2r)}{4\pi r} = \frac{3}{4}$$

b) A feltételek alapján a kúp alapkörének sugara és a gömb sugara egyenlő. Jelölje ezt a sugarat r. A kúp magassága $m = 2r$. Ezzel:

$$\frac{V_{\text{kúp}}}{V_{\text{gömb}}} = \frac{\frac{r^2\pi m}{3}}{\frac{4\pi r^3}{3}} = \frac{r^2\pi 2r}{4\pi r^3} = \frac{1}{2}$$

2958. Jelölje a gömb sugarát R, a henger alapkörének sugarát r, magasságát m. A feltétel szerint: $m = R$. Készítsünk egy olyan metszetet a testekről, amelyben a metszősík áthalad a henger szimmetriatengelyén! Pitagorasz tétele alapján: $(2R)^2 = R^2 + (2r)^2$. Innen: $r^2 = \frac{3}{4}R^2$.





Ezzel:

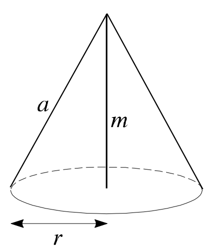
$$\frac{V_{\text{henger}}}{V_{\text{gömb}}} = \frac{r^2\pi m}{\frac{4\pi}{3}R^3} = \frac{3r^2 m}{4R^3} =$$

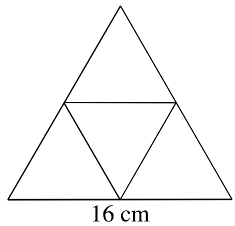
$$= \frac{3\cdot\frac{3}{4}R^2\cdot R}{4R^3} = \frac{9}{16}$$

Tehát a henger és a gömb térfogatának aránya 9 : 16.

2959. *a)* A kúp palástját kiterítve egy olyan körcikket kapunk, amelynek sugara a kúp alkotójával egyenlő, ívhossza pedig megegyezik az alapkör kerületével. Így a körcikk sugara 6 cm, ívhossza pedig $2\cdot\frac{6\text{ cm}}{2}\pi = 6\pi\text{ cm}$. Mivel a 6 cm sugarú félkör kerülete éppen 6π cm, ezért a palást kiterítve egy félkör, így a középponti szög 180º-os.

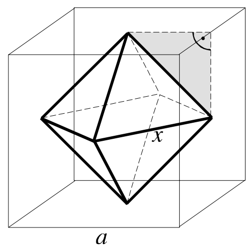
b) $a = 6$ cm
$r = 3$ cm
Pitagorasz tétele alapján: $a^2 = m^2 + r^2$, így $m^2 = a^2 - r^2 = 27\text{ cm}^2$. Tehát a kúp magassága $\sqrt{27}\text{ cm} \approx 5{,}2\text{ cm}$.





2960. *a)* Egy 16 cm oldalú szabályos háromszög területe $\frac{(16\text{ cm})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} =$ $= 64\sqrt{3}\text{ cm}^2 \approx 111\text{ cm}^2$, így a tetraéder felszíne kb. 111 cm^2.

b) A feltételből következik, hogy a tetraéder minden éle 8 cm, így az élhálózat elkészítéséhez 6 · 8 cm = = 48 cm hosszú huzalra van szükség.



2961. *a)* A keletkezett test egy szabályos oktaéder (olyan nyolclapú test, amelynek minden lapja szabályos háromszög).

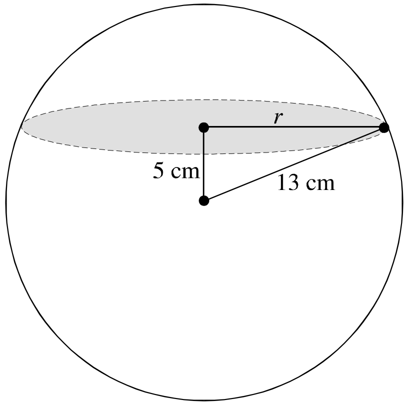
b) A kocka éle $a = 10$ cm. Jelöljük az oktaéder éleinek hosszát x-el. Tekintsük azt a derékszögű háromszöget, amelyet két szomszédos lap középpontja és a közös él felezőpontja alkot! (Az ábrán satírozással jelöltük.) Ennek befogói $\frac{a}{2}$; $\frac{a}{2}$ hosszúságúak, átfogója x. Pitagorasz tétele alapján: $x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$, innen $x = 5\sqrt{2}\text{ cm}$. A test felszíne megegyezik 8 db x oldalú szabályos háromszög területének összegével, így: $A = 8 \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = 8 \cdot \frac{50\text{ cm}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} =$ $= 100\sqrt{3}\text{ cm}^2 \approx 173\text{ cm}^2$.

A test feldarabolható két négyzet alapú gúlára, amelyek alapéle x, magassága $\frac{a}{2}$.

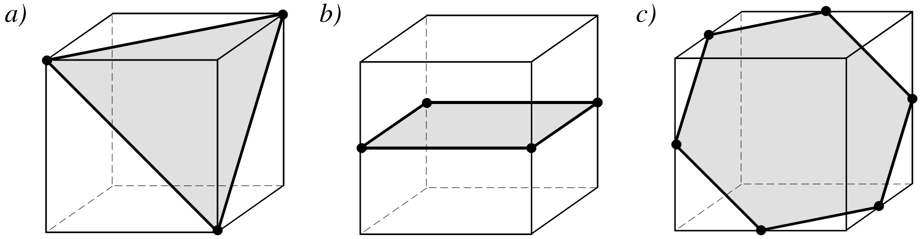
Így a test térfogata:

$$V = 2 \cdot \frac{x^2 \cdot \frac{a}{2}}{3} = \frac{x^2 \cdot a}{3} = \frac{50\text{ cm}^2 \cdot 10\text{ cm}}{3} = \frac{500}{3}\text{ cm}^3 \approx 167\text{ cm}^3$$

2962. Mivel egy gömb bármelyik síkmetszete kör, ezért a metszet egy körlap. Jelöljük a kör sugarát r-el! Ekkor Pitagorasz tétele alapján: $(13\text{ cm})^2 = (5\text{ cm})^2 + r^2$. Innen $r = 12$ cm. Tehát a sík a gömböt egy 12 cm sugarú körben metszi.



2963. Mindhárom kérdésre igen a válasz, pl.:



(A *b)* és *c)* ábrán a megfelelő élek felezőpontjait kötöttük össze.)